医　学　部

令和４年度一般選抜試験問題（後期）

数　　学（問　題）

注　意

1）　数学の問題冊子は７ページあり，問題はⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ⅴの５題である。

2）　別に解答用紙１枚があり，各問題の指示に従って**解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること**。指定欄以外への記入はすべて無効である。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。

3）　**解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。**

なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，数学の試験が無効となる。

また，※印の欄には何も記入してはならない。

4）　問題冊子は持ち帰ること。

5）　解答用紙を持ち出してはならない。

6）　試験終了時には，解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

Ⅰ　iを虚数単位とするとき，以下の設問に答えよ。なお各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し，左の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1)　kが奇数のとき $\left\{\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right\}^{3k}+\left\{\dfrac{\sqrt{3}-i}{2}\right\}^{3k}$ の値を求めよ。

(2)　$\left\{\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right\}^{2022}+\left\{\dfrac{\sqrt{3}-i}{2}\right\}^{2022}$ の値を求めよ。

Ⅱ　自然数の 2 乗で表される数を平方数という。$n^2 - 30n + 210$ の値が平方数となるような，素数 n をすべて求めよ。

Ⅲ　xy 平面上に，円 $C : x^2 + (y + 1)^2 = 1$ がある。x 軸上の異なる 2 点 A，B と，円 C の外部に存在する点 P をとる。ただし，A の x 座標は B の x 座標よりも大きいものとし，点 P は x 軸上にないものとする。A の座標を $(t, 0)$，P の座標を (X, Y) とするとき，以下の設問に答えよ。

(1)　直線 AP の方程式を求めよ。

(2)　直線 AP と直線 BP がどちらも円 C の接線であるとき，t を X と Y を用いて表せ。

(3)　(2)の条件に加えて，P が $\mathrm{AB} = 2$ を満たしながら動くとき，その軌跡を図示せよ。

Ⅳ　xy 平面上に，点 A$(1, 0)$をとる。原点を中心とする半径 1 の円に内接する正八角形の頂点を反時計回りに A，B，C，D，E，F，G，H とする。頂点 A，B，C の 3 点を通る放物線を P_1，頂点 A，B，D の 3 点を通る放物線を P_2 とする。この問題でいう放物線とは，その軸が y 軸に平行なものとするとき，以下の設問に答えよ。なお，各設問の答えは解答用紙の指定欄に記入し，左の枠内には答えの導出過程を簡潔に記入すること。

(1)　P_1 の方程式を求めよ。

(2)　P_1 上に，正八角形の A，B，C 以外の頂点は存在するか。存在するならば，その頂点を求めよ。

(3)　P_2 の方程式を求めよ。

(4)　P_2 上に，正八角形の A，B，D 以外の頂点は存在するか。存在するならば，その頂点を求めよ。

(5)　この正八角形の頂点から異なる 4 点を無作為に選んだときに，この 4 点が 1 つの放物線上にある確率を求めよ。

V　座標平面上に，関数 $f(x) = \dfrac{2x^3 - 12x}{x^2 - 9}$ を用いて表される曲線 $C : y = f(x)$ がある。以下の設問に答えよ。

(1)　$\displaystyle\lim_{x \to \infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0$ を満たす定数 a，b を求めよ。

(2)　関数 $f(x)$ の増減を調べ，曲線 C のグラフの概形を描け。

(3)　曲線 C と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。