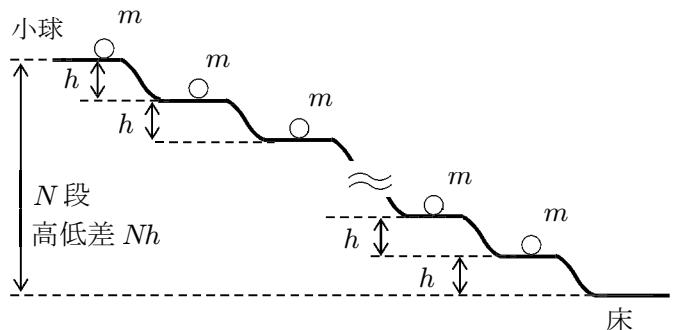


物 理 (その1)

第1問

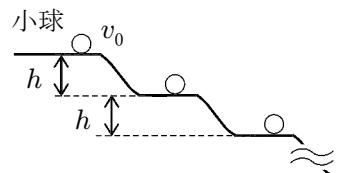
右図のように、 N 個の斜面と水平面（段と呼ぶ）とが交互に連なって、 N 段の階段状になっている面がある。一番下の水平な床から、一段上がるごとに h だけ高くなっている（段差が h ）。斜面と段と床は全てなめらかである。

質量 m で大きさが無視できる小球を各々の段にひとつずつ静止させておく。床には小球を置かない。これらの小球は互いに完全非弾性衝突するものとする。このとき、一番上の段にある小球を斜面に向けてすべり落とすと、斜面を下って次の段で小球に衝突し一体となって運動を続け、さらに下の段にある小球と衝突するという運動をくり返しながら最後に床に達する。床に達するまでの間、小球は斜面や段から離れることなくなめらかに運動するものとして以下の問い合わせよ。ただし、小球が合体してできる物体を物体 P とよび、物体 P も大きさが無視できるものとする。また、重力加速度の大きさを g とする。



まず、一番上の段にある小球に図中右向きに速さ v_0 を与えた場合を考える。

問1 1回目の衝突直前の小球の速さを V_1 、衝突直後の物体 P の速さを v_1 とするとき、 V_1 と v_1 を h 、 m 、 g 、 v_0 の中から必要な記号を用いて表せ。



次に、一番上の段にある小球を $v_0=0$ で、静かに最上段から斜面へ落とす場合を考える。 k 回目および $k+1$ 回目の衝突直前の物体 P の速さを各々 V_k 、 V_{k+1} とする（ただし、 $k=1, 2, 3, \dots, N-1$ ）。

問2 V_{k+1} を h 、 g 、 k 、 V_k を用いて表せ。

問3 床に達した時点での物体 P の速さを V_N とするとき、 $(NV_N)^2$ を N 、 h 、 g を用いて表せ。

問4 床に達した時点での物体 P の運動エネルギー K を N 、 m 、 h 、 g を用いて表せ。

問5 一番上の段にある小球が運動を始める前の最初の状態における、すべての小球の位置エネルギーの和 U を N 、 m 、 h 、 g を用いて表せ。ただし、床を高さの基準面とする。

問6 段の数 N を非常に多くしたとき ($N \rightarrow \infty$ としたとき) の K/U を求めよ。

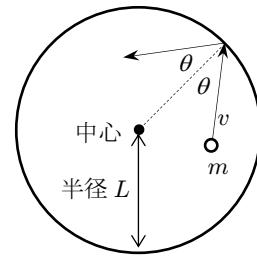
物 理 (その 2)

第2問

以下の文章について問い合わせに答えよ。

質量 m の单原子分子 N 個からなる理想気体が半径 L の球形容器に封入されている。この気体分子が内壁に衝突するとき完全弾性衝突をするものとする。また、分子同士の衝突や重力の影響は無視できるものとする。気体分子が速さ v で内壁の法線方向に対して角度 θ で入射するとき、この気体分子 1 個が 1 回の衝突で内壁に加える力積の大きさは ⁽¹⁾ である。また、この気体分子 1 個が単位時間に内壁に衝突する回数は ⁽²⁾ となるので、この気体分子 1 個から単位時間に内壁が受ける力積の大きさは ⁽³⁾ となる。

容器内の N 個の分子に 1, 2, 3, \cdots , N の番号を付け、各々の速さを $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_N$ とすると、これら N 個の気体分子の速度の 2 乗平均 $\langle v^2 \rangle$ は $\langle v^2 \rangle = (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_N^2)/N$ で与えられる。この速度の 2 乗平均 $\langle v^2 \rangle$ を用いて、容器内の気体の圧力は ⁽⁴⁾ と表せる。



問1 空欄 ⁽¹⁾ ~ ⁽⁴⁾ にあてはまる数式を解答欄に記せ。

問2 空欄 ⁽⁴⁾ の結果を用い、アボガドロ定数を N_A 、気体定数を R 、気体の絶対温度を T として、容器内の気体の内部エネルギーを絶対温度 T を用いて表す式を導き、その導出過程も含めて説明せよ。

問3 気体分子 1 mol の質量が 40 g であるような気体に対して、気体分子の平均の速さ（速度の 2 乗平均の平方根）を有効数字 2 術で求めよ。ただし、 $T = 300\text{ K}$ 、 $R = 8.31\text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ とする。

計算に際し、必要であれば近似式 $\sqrt{1+x} \doteq 1 + \frac{1}{2}x$ ($|x| \ll 1$) を用いてよい。

物 理 (その 3)

第3問

スイッチ S、起電力 E の内部抵抗が無視できる電源、電気容量 C のコンデンサー、抵抗値 R の抵抗、およびダイオードからなる回路について考える (図1)。

このダイオードに順方向の電圧 V がかかるとき、ダイオードに流れる電流 I は次のように表される (図2)

$$\begin{cases} V < V_m \text{ のとき, } I = 0 \\ V \geq V_m \text{ のとき, } I = a(V - V_m) \end{cases}$$

ただし、 $V_m > 0$ 、 $a > 0$ である。

最初、コンデンサーに電荷が蓄えられていないものとする。

まず、電源電圧が $E > V_m$ の場合を考える。

スイッチ S を閉じた直後において

問1 抵抗に流れる電流を求めよ。

スイッチ S を閉じて、十分に時間が経過した後

問2 抵抗に流れる電流を求めよ。

問3 コンデンサーに蓄えられる電気量を求めよ。

前間に引き続いてスイッチ S を開く

問4 スイッチ S を開いた直後に、ダイオードに流れる電流を求めよ。

前問でスイッチ S を開いてから、さらに十分に時間が経過した後、再びスイッチ S を閉じる。

問5 スイッチ S を閉じた直後に、抵抗に流れる電流を求めよ。

次に、電源電圧を $E < V_m$ にした場合を考える。

まず、コンデンサーに電荷が蓄えられていない状態に戻してから、同様のスイッチ S の開閉操作を行う。すなわち、スイッチ S を閉じて十分に時間が経過した後、引き続いでスイッチ S を開き、さらに十分に時間が経過した後、再びスイッチ S を閉じる。

問6 この最後にスイッチ S を閉じた直後に、抵抗に流れる電流を求めよ。

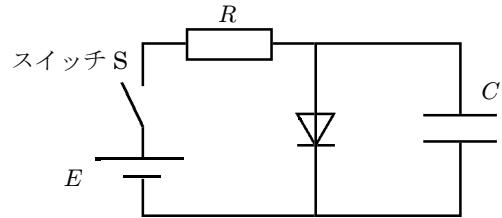


図1

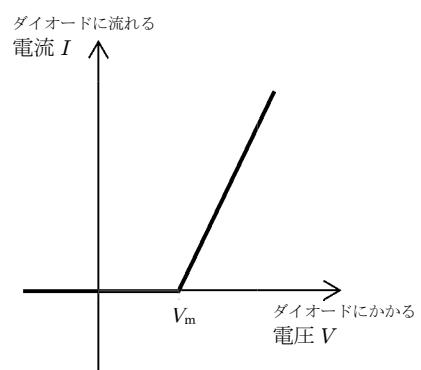
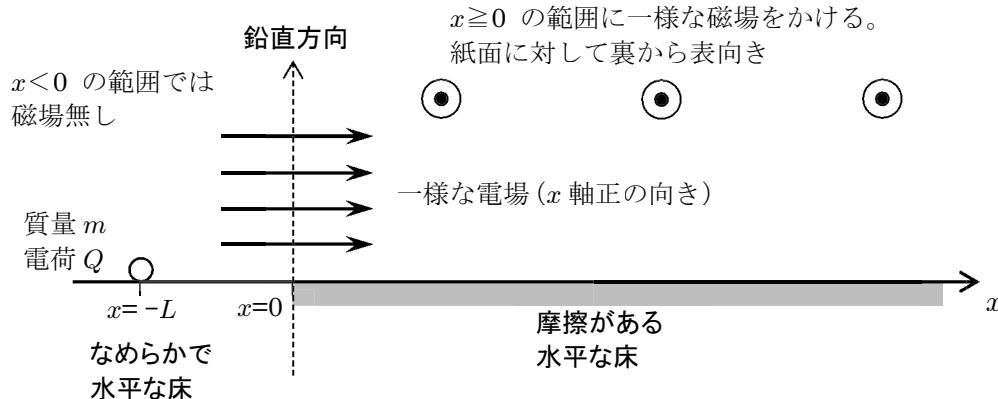


図2

物 理 (その 4)

第4問



図のように、水平な床の上に x 軸を設定する。 x 軸の原点 ($x=0$) を境にして、 x 軸負の範囲で床はなめらかで、 x 軸正の範囲では床に摩擦がある。その動摩擦係数は μ' であり、静止摩擦係数は μ である。

x 座標が正の範囲に磁束密度の大きさ B の一様な磁場を紙面に対して裏から表向きにかける。 x 座標が負の範囲では磁場が無い状態にする。また、全体に一様な電場を x 軸正の向きにかける。電場の大きさを E とする。重力加速度の大きさを g とし、空気の抵抗は無視できるものとする。

正の電荷 Q をもち、大きさが無視できる質量 m の小球を用意する。床と小球との間に電荷の移動は生じないものとする。

まず、 $x > 0$ の範囲の適当な位置に小球を置き静かに手をはなすと、小球は床の上をすべり出した。次に、 $x = -L$ (ただし、 $L > 0$) に小球を置き静かに手をはなす。この後的小球の運動について以下の問い合わせよ。

問1 小球が x 軸原点 ($x = 0$) に達した瞬間における小球の速さを Q 、 m 、 L 、 E を用いて表せ。

問2 小球が $x > 0$ の範囲において速さ v で x 軸正の向きに動いているとして、小球が床から受ける摩擦力を Q 、 m 、 L 、 E 、 B 、 v 、 g 、 μ 、 μ' の中から必要な記号を用いて表せ。ただし、 x 軸正の向きを力の正の向きとする。

問3 小球が原点を通過してから十分に時間が経過した後の小球の運動について、以下の選択肢 (i) ~ (iv) の中から正しいものを選び、各自自分が選んだ選択肢の後の括弧の中で指定されている物理量を求め、その導出過程も含めて説明せよ。

(例えれば(i)を選んだ場合、「小球の加速度の大きさ」を導出も含めて解答すること。)

[選択肢]

- (i) 小球は正の加速度で等加速度運動する (求める量→「小球の加速度の大きさ」)
- (ii) 小球は摩擦を受け静止する (求める量→「小球が静止する位置の x 座標」)
- (iii) 小球はある速度に達した後、等速度運動する (求める量→「等速度になった後の小球の速さ」)
- (iv) 小球は途中で運動の向きを変え原点に戻る (求める量→「小球が原点に戻った瞬間の速さ」)