

数 学 (その 1)

問題 1

次の問いに答えよ。

- (1) データ 63, 69, 71, 77, 81, 83 の平均値は $\boxed{\text{アイ}}$, 標準偏差は $\boxed{\text{ウ}}$ である。
- (2) 3 つの対数 $\log_2 3, \log_9 125, \log_5 8$ の積は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。
- (3) xy 平面上のグラフ $y = x^4 + 8x^3 + ax^2 - 20x$ が $x = b$ に対して線対称であるとき,
 $a = \boxed{\text{カキ}}$ $b = \boxed{\text{クケ}}$ である。ただし a, b は実数とする。
- (4) x, y を正の整数とし, $x > y$ とする。 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ を満たす (x, y) の組は $\boxed{\text{コ}}$ 組あり, この
 うち $x - y$ を最小にする組は $(x, y) = (\boxed{\text{サシ}}, \boxed{\text{スセ}})$ である。
- (5) 4 個のさいころを同時に投げるとき, うち 3 個の出た目が同じで, 他の 1 個の出た目がこれ
 と異なる確率は $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。
- (6) 三角形 OAB の辺 OA を 2 : 1 に内分する点を D, 辺 AB を 3 : 4 に内分する点を E, 線分 BD
 と線分 OE の交点を F とするとき, $\overrightarrow{\text{OF}} = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \overrightarrow{\text{OA}} + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \overrightarrow{\text{OB}}$ である。
- (7) a, x を実数とする。関数 $f(a) = \int_a^{a+1} |x^2 - x| dx$ について $f(a)$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。
- (8) 公差が 0 でない整数である等差数列について, 初項から第 n 項までの和を
 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 S_n が $n = 7$ で最大値 119 をとるとき, 初項は $\boxed{\text{ネノ}}$,
 公差は $\boxed{\text{ハヒ}}$ である。
- (9) 関数 $f(x) = \frac{\sqrt{4+9x}-2}{x}$ に対し, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。
- (10) 関数 $f(x) = \frac{6 \sin x - 6 \cos x}{\sin x + \cos x}$ のとき $f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \boxed{\text{ホ}}$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \log \frac{1}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

数 学 (その 2)

問題 2

xy 平面上に曲線 $C: y = f(x) = x^2 + p$ と直線 $\ell: y = qx$ がある。曲線 C と直線 ℓ が異なる 2 点 $A(\alpha, f(\alpha)), B(\beta, f(\beta))$ で交わるとき、次の問いに答えよ。ただし $p > 0, q > 0, \alpha < \beta$ とする。

(1) p, q が満たすべき条件を求めよ。

(2) p, q をそれぞれ α, β で表せ。

(3) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を S_1 、曲線 C と直線 ℓ と y 軸で囲まれる部分の面積を S_2 とする。 $S_1 = S_2$ のとき p を q で表せ。

(4) (3) のとき、 p, q がともに正の整数であれば α, β はいずれも正の整数となることを示せ。

数 学 (その 3)

問題 3

複素数 z の絶対値を $|z|$ と表す。次の問いに答えよ。

- (1) 任意の複素数 z_1, z_2 に対して, $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) 任意の複素数 z_1 と 0 でない複素数 z_2 に対して, $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ が成り立つことを証明せよ。
- (3) 任意の複素数 z_1, z_2 に対して, $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ が成り立つことを証明せよ。
- (4) 任意の複素数 $z_1, z_2, \dots, z_n$ に対して,

$$|z_1 + z_2 + \dots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n|$$

が成り立つことを証明せよ。