令和４年度　入学者選抜試験問題

一般選抜 令和４年１月29日

数　学 （60分）

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

4，6，8，10ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

（問題は次ページから始まる）

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) (i) 方程式

$$\log_2 x + 4\log_x 2 = -\frac{17}{2}$$

の解は，$x = \dfrac{1}{\boxed{\text{アイウ}}}$，$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(ii) 関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 + 16(\log_x 2)^2 + \log_{\sqrt{x}} 256 - \log_{\frac{1}{2}} 8x^4$$

を考える。

$t = \log_2 x + 4\log_x 2$ とおき，$f(x)$ を t を用いて表すと

$$f(x) = t^2 + \boxed{\text{カ}}\,t - \boxed{\text{キ}}$$

であり，$f(x)$ は $x = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{コサ}}$ をとる。

(2) 9枚のカードに 1，2，3，4，5，6，7，8，9 の数字が1つずつ書かれている。このカードの中から無作為に3枚のカードを選ぶ。

選んだ3枚のカードに書かれている数の積を T とするとき

T が偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$ であり，T が4の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

また，選んだ3枚のカードに書かれている数の和を S とするとき，S が3の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$　関数$f(x)=\dfrac{3x-1}{x-a}$の逆関数$f^{-1}(x)$が$f(x)$と一致するとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

以下，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ とする。

Oを原点とするxy平面において，曲線$y=f(x)$と直線$y=x$との交点のうち$x>$ $\boxed{\text{ア}}$ の範囲にあるものをP$(p,\ p)$とすると

$$p=\boxed{\text{イ}}+\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$$

である。

曲線$y=f(x)$の$x>$ $\boxed{\text{ア}}$ の部分をCとする。C上に2つの異なる点A, Bをとる。ただし，(点Aのx座標) < (点Bのx座標) とする。

三角形OABが正三角形となるとき，点Aのx座標をtとすると

$$t=\boxed{\text{オ}}+\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

このとき，$f(t)-t=\boxed{\text{キ}}+\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$であり，曲線$C$と線分OA，OBで囲まれる部分の面積を$S$とするとき

$$S=3\left(\boxed{\text{キ}}+\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}\right)+\boxed{\text{コ}}\log\left(\boxed{\text{サ}}+\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}\right)$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ $\mathrm{AB} = 6$, $\mathrm{AC} = 4$ の三角形 ABC があり，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{c}$ とおくとき，$\vec{b} \cdot \vec{c} = 6$ が成り立っている。また，線分 AB を直径とする円は辺 BC，CA とそれぞれ，点 D，E で交わっている。

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{BC}}\right| = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}$ である。

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\vec{b} + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\vec{c}$$

である。

また，三角形 ABC の垂心を H とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AH}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{AH}} = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{b} + \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\vec{c}$$

である。

(2) 3 点 D，E，H を通る円の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi$$

である。

(3) 線分 AB を直径とする円の，点 D を含まない方の弧 AB 上に，$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AB}} = \dfrac{27}{2}$ を満たす点 P をとる。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\vec{b}$ と $\vec{c}$ を用いて表すと

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}\vec{b} - \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\vec{c}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ kを実数の定数とし，関数$f_n(x)$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を

$$f_1(x) = 4\sin x + k$$

$$f_{n+1}(x) = \int_0^{\pi} \{-tf_n'(t)\sin x + f_n(t)\}\,dt$$

によって定める。

a_n，b_nを実数とし，$f_n(x) = a_n\sin x + b_n$とおくと，数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$は漸化式

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ア}}\,a_n$$

$$b_{n+1} = \boxed{\text{イ}}\,a_n + \boxed{\text{ウ}}\,b_n$$

を満たす。ただし，$\boxed{\text{ウ}}$には，最も適切なものを次の⓪～④のうちから選べ。

⓪ π　　① 2π　　② 3π　　③ π^2　　④ $2\pi^2$

したがって

$$a_n = \boxed{\text{エ}}^{\,n+\boxed{\text{オ}}},$$

$$b_n = \frac{1}{\boxed{\text{カ}} - \pi}\cdot 2^{n+\boxed{\text{キ}}} + \left(k - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}} - \pi}\right)\pi^{n-\boxed{\text{コ}}}$$

となる。

ゆえに，$k = -\pi$とすると

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{{a_n}^2} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{　ア　}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（−，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解答欄												
	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解答欄												
	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	−	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e