

受験番号						氏名	
------	--	--	--	--	--	----	--

2022 年度

数 学

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. この問題冊子は 4 ページあります。試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く挙げて監督者に知らせなさい。また、問題冊子に計算用紙が挟んであるのでメモや計算に用いて構いません。
3. 監督者の指示にしたがって解答用紙の下記の該当欄にそれぞれ正しく記入し、マークしなさい。
 - ① 受験番号欄 受験番号を 5 ケタで記入し、さらにその下のマーク欄に該当する 5 ケタをマークしなさい。
 (例) 受験番号 10025 番 →

1	0	0	2	5
---	---	---	---	---

 と記入。
 - ② 氏名欄 氏名・フリガナを記入しなさい。
4. 受験番号が正しくマークされていない場合または正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離してはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子、解答用紙、計算用紙を机上に置き、試験監督者の指示に従い退場しなさい。

裏表紙に、解答上の注意が続きます。この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし、問題冊子を開いてはいけません。

II 解答上の注意

1. 問題の文中の , などの には、とくに指示のないかぎり、整数値が入ります。これらを次の方法で解答用紙の指定欄に解答しなさい。

(1) ア、イ、ウ、… の一つ一つは、それぞれ、符号 (-) または数字 (0 ~ 9) のいずれか一つに対応します。それらを ア、イ、ウ、… で示された解答欄にマークして答えなさい。


(例) に -8 と答えたいとき

ア	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9

(2) 分数形で解答する場合、それ以上約分できない形で答えなさい。分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

(例) $\frac{\text{ウエ}}{\text{オ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいとき

ウ	●	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
エ	⊖	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
オ	⊖	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

- 解答を修正する場合は必ず「消しゴム」であとが残らないように完全に消しなさい。鉛筆の色や消しくずが残ったり、 のような消し方などをした場合は、修正したことになりません。
- 解答をそれぞれの問題に指定された数よりも多くマークした場合は無回答とみなされます。

第1問

- (1) 座標平面において、楕円 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上の点 $P(a, b)$ における法線の方程式は

$$bx - \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}ay = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}ab$$

である。

- (2) 一辺の長さが1の正十二面体 \mathbf{P} について考える。正十二面体 \mathbf{P} の頂点のひとつを O とし、 \mathbf{P} の三つの頂点 A, B, C を頂点 O を端点とする \mathbf{P} の三つの辺が線分 OA, OB, OC となるようにとる。さらに、二点 A, B 間の距離を r とする。このとき、等式

$$(r-1)^2 = \boxed{\text{オ}} - r$$

が成立する。ベクトル \vec{OA} と \vec{OB} の内積はふたつの有理数 $a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ と

$$b = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

により

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = a + br$$

と表される。四面体 $OABC$ の体積を V とすると $\frac{V}{r} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

$$(3) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sqrt{9+7\tan|x|}\cos^2 x} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

$$(4) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{4+5\tan|x|}}{1-\sin x} dx = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

第2問

座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = \frac{1}{4}t^4, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{5}t^5$$

で表されるときを考える。

- (1) 時刻 $t = 4$ における点 P の速さは アイウ である。
- (2) 時刻 $t = 3$ における点 P の加速度の大きさは エオカ である。
- (3) 時刻 $t = 0$ から $t = 1$ までの点 P の道のりは $\frac{\text{キク}}{\text{ケコサ}}$ である。

第3問

当たりくじ3本とはずれくじ6本からなるくじについて、つぎの試行(i), (ii), (iii)を順に行う。

- (i) はじめに、2本を選び、その2本が取り除かれる。この時点で取り除かれたくじが当たりかはずれかは知らされない。
- (ii) つぎに、残りの7本のくじのうちはずれくじが1本取り除かれる。
- (iii) 最後に、残りの6本のうちから1本を引く。

この一連の試行において、事象 A, B, C, E を

- A 「(i)において取り除かれたくじが両方ともはずれ」
- B 「(i)において取り除かれたくじの1本だけが当たり」
- C 「(i)において取り除かれたくじが両方とも当たり」
- E 「(iii)において引いたくじが当たり」

により定める。このとき、事象 A の確率は

$$P(A) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$$

であり、事象 B が起こったときの E の起こる条件つき確率は

$$P_B(E) = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

であり、事象 $C \cap E$ の確率は

$$P(C \cap E) = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$

であり、事象 E の確率は

$$P(E) = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$$

である。

第4問

四次方程式

$$x^4 - 8x^3 + cx^2 + 4x - 6 = 0 \quad (c \text{ は定数})$$

の四つの解を $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ とする。

二つの解 α と β の積が $\alpha\beta = \sqrt{2}$ であるとき、

$$\gamma^2\delta^2 = \boxed{\text{アイ}}$$

であり、

$$\gamma + \delta = \boxed{\text{ウ}} - \frac{\sqrt{2}}{\boxed{\text{エ}}}$$

である。また、このとき

$$c = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。