

I. 次の 1) ~ 4) の設問に対して、答えのみを下の解答欄に記入せよ。

1)  $x$  を実数とする。 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 488$  であるとき、次の問いに答えよ。

(a)  $x + \frac{1}{x}$  の値を求めよ。

(b)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  の値を求めよ。

2)  $n$  を 3 以上の整数として、 $(1+x) + (1+x)^2 + (1+x)^3 + \cdots + (1+x)^n$  の展開式を考えると、次の問いに答えよ。

(a)  $x$  の係数を求めよ。

(b)  $x^2$  の係数を求めよ。

(c)  $x^3$  の係数を求めよ。

3) 平面上のベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  は次の条件を満たしているとする。

(i)  $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$

(ii)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} \neq 0$

このとき、次の問いに答えよ。

(a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = k$  とするとき、 $|\vec{a}|^2$  を  $k$  の式で表せ。

(b)  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  のなす角  $\theta$  を求めよ。

4)  $n$  人がそれぞれ異なるプレゼントを 1 つずつ持ってパーティーに参加し、くじを引いてプレゼント交換を行う。どの人にも、自分の持ってきたプレゼントと異なるプレゼントが当たる場合を考えると、次の問いに答えよ。

(a)  $n = 3$  のときの場合の数は何通りか。

(b)  $n = 4$  のときの場合の数は何通りか。

(c)  $n = 5$  のときの場合の数は何通りか。

解答欄

1)	(a)	(b)	
2)	(a)	(b)	(c)
3)	(a)	(b)	
4)	(a)	(b)	(c)

II.  $a, b$  を定数とする。円  $C: x^2 + y^2 - 2ax - 2by = 0$  と 2 点  $A(0, 2), B(2, 2)$  について、次の問いに答えよ。

1) 点  $A, B$  が 円  $C$  の内部と外部に分かれるような点  $(a, b)$  の存在範囲を求め、図示せよ。

2) 線分  $AB$  の両端が円  $C$  の外部にあり、線分  $AB$  の両端以外の少なくとも 1 点が円と共有点をもつような点  $(a, b)$  の存在範囲を求め、図示せよ。

III. 曲線  $y = e^{-x} \cos x$  ( $x \geq 0$ ) と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を原点に近い順から  $x_1, x_2, \dots$  とする。  $x_0 = 0$  として

$$I_k = \int_{x_{k-1}}^{x_k} e^{-x} \cos x \, dx \quad (k = 1, 2, \dots) \quad \text{と} \text{する} \text{と} \text{き}, \text{次} \text{の} \text{問} \text{い} \text{に} \text{答} \text{え} \text{よ}.$$

1) 不定積分  $\int e^{-x} \cos x \, dx$  を求めよ。

2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n I_k$  を求めよ。