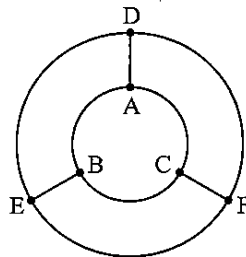


- 1 図のような、中心が同じで半径が異なる2つの円と、それをつなぐ3本の線分AD, BE, CFからなる図形がある。また、この図形の円周上または線分上を移動する点PがAの位置にある。2枚の硬貨を同時に投げる試行に対して、Pは次の規則に従うものとする。
- ・2枚とも表が出るとき、Pは時計回りに、円周上の隣の点に移動する。
  - ・2枚とも裏が出るとき、Pは反時計回りに、円周上の隣の点に移動する。
  - ・表と裏が1枚ずつ出るとき、Pは線分上の隣の点に移動する。



- (1) この試行を2回続けて行ったとき、PがAの位置にある確率は  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$  である。
- (2) この試行を3回続けて行ったとき、PがAの位置にある確率は  $\frac{\text{ウ}}{\text{エオ}}$  である。
- (3) この試行を4回続けて行ったとき、Pが初めてAの位置に戻る確率は  $\frac{\text{カキ}}{\text{クケコ}}$  である。
- (4) この試行を4回続けて行ったとき、PがAの位置にある確率は  $\frac{\text{サシ}}{\text{スセソ}}$  である。

- 2  $a, b, c, k$  を定数とする。3次関数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$  は  $f'(-1) = 12$  を満たし、かつ  $x = -\frac{1}{2}$  のとき極大値  $\frac{11}{4}$  をとる。このとき、 $a = \text{タ}$  ,  $b = -\text{チ}$  ,  $c = -\text{ツ}$  であり、 $f(x)$  は  $x = \text{テ}$  のとき極小値  $-\text{ト}$  をとる。

ここで、3次方程式  $ax^3 + bx^2 + cx - k = 0$  が異なる3つの実数解  $\alpha, \beta, \gamma$  ( $\alpha < \beta < \gamma$ ) をもつとき、 $k$  のとり得る値の範囲は  $-\text{ナ} < k < \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}$  であり、 $\gamma$  のとり得る値の範囲は  $\text{ネ} < \gamma < \frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}$  である。

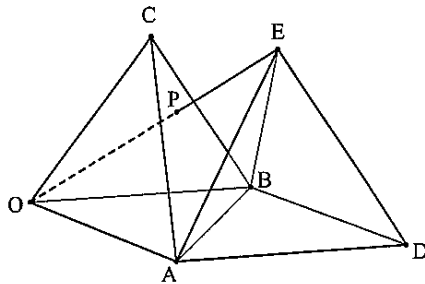
3  $a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n + 2$  で定義される数列  $\{a_n\}$  を考える。 $b_n = a_{n+1} - a_n$  とおくと、 $b_1 = \boxed{\text{ヒ}}$ 、 $b_{n+1} = \boxed{\text{フ}} b_n + \boxed{\text{ヘ}}$  なので、 $b_n = \boxed{\text{ホ}}^n - \boxed{\text{マ}}$  である。

よって、 $a_n = \frac{\boxed{\text{ニ}}^n}{\boxed{\text{ム}}} - n + \frac{1}{\boxed{\text{メ}}}$  である。

ここで、 $a_{100}$  の桁数を考える。 $\log_{10} \frac{\boxed{\text{ニ}}^{100}}{\boxed{\text{ム}}}$  の整数部分は  $\alpha = \boxed{\text{モヤ}}$  であり、 $\frac{\boxed{\text{ニ}}^{100}}{\boxed{\text{ム}}}$  は整数  $\boxed{\text{ユ}}$  を用いて  $\boxed{\text{ユ}} \times 10^\alpha < \frac{\boxed{\text{ニ}}^{100}}{\boxed{\text{ム}}} < (\boxed{\text{ユ}} + 1) \times 10^\alpha$  と表せる。

以上により、 $a_{100}$  の桁数は  $\boxed{\text{ヨラ}}$  である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

4 図のような、1辺の長さが1である2つの正四面体  $OABC, ABDE$  がある。ただし、4点  $O, A, B, D$  は同一平面上にある。線分  $OE$  と  $\triangle ABC$  の交点を  $P$ 、線分  $AE$  を  $2:1$  に内分する点を  $F$ 、線分  $OF$  と  $\triangle ABC$  の交点を  $Q$  とする。



(1)  $\overrightarrow{OE} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \boxed{\text{リ}} \overrightarrow{OC}}{\boxed{\text{ル}}}$ 、 $\overrightarrow{OF} = \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} \overrightarrow{OE}$  である。

(2)  $\overrightarrow{OF} = \frac{\boxed{\text{ワ}} \overrightarrow{OA} + \boxed{\text{ヲ}} \overrightarrow{OB} + \boxed{\text{あ}} \overrightarrow{OC}}{\boxed{\text{い}}}$ 、 $\overrightarrow{OQ} = \frac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{えお}}} \overrightarrow{OF}$  である。

(3) 線分  $PQ$  の長さは  $\frac{\boxed{\text{か}} \sqrt{\boxed{\text{きく}}}}{\boxed{\text{けこ}}$  である。

(4)  $\triangle PQF$  と  $\triangle PEF$  の面積を最も簡単な整数比で表すと  $\triangle PQF : \triangle PEF = \boxed{\text{さ}} : \boxed{\text{しす}}$  である。