令和３年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和３年１月29日

数　学　(60分)

I　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

　4，6，8，10ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

II　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受験番号				

獨協医科大学　医学部

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（－，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	－	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	解答欄												
	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	－	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	－	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e

（問題は次ページから始まる）

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) aを正の定数とし，xの関数

$$f(x) = x^2 - 4ax + 6a^2 - 6a - 11$$

を考える。$a \leqq x \leqq a+2$における$f(x)$の最小値をm，最大値をMとする。

(i) $a=3$のとき，$m = -\boxed{\text{アイ}}$，$M = \boxed{\text{ウエ}}$である。

(ii) $m=0$となるのは，$a = \dfrac{\boxed{\text{オ}} + \sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$のときである。

(iii) $M=0$となるのは，$a = \dfrac{\boxed{\text{ケ}} + \sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$のときである。

(2) 箱Aの中には赤球が3個と白球が2個，箱Bの中には赤球が2個と白球が3個入っている。A，Bそれぞれから同時に1個の球を取り出し，次の規則に従う操作を行う。

【規則】

Aから取り出した球が，赤球のときはそれをAに戻し，白球のときはそれをBに入れる。

Bから取り出した球が，赤球のときはそれをAに入れ，白球のときはそれをBに戻す。

(i) 1回の操作後，2つの箱の中が最初と同じ状態である確率は$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$である。

(ii) 2回の操作後，Aの中の白球が2個である確率は$\dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテト}}}$である。

(iii) 2回の操作後にAの中の白球が0個であったとき，1回目の操作でBから白球を取り出している条件付き確率は$\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

2 連続関数 $f(x)$ が，$f(x) = x - 2\int_0^x (x-t)\cos t\,dt$ を満たすとし，曲線 $y = f(x)$ を C とする。

このとき，$f(x) = \boxed{\text{ア}}\cos x + x - \boxed{\text{イ}}$ である。

(1) x の方程式 $f(x) = k$ が $0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲に異なる 3 個の実数解をもつような定数 k の値の範囲は

$$\boxed{\text{ウ}} \leqq k < \sqrt{\boxed{\text{エ}}} - \boxed{\text{オ}} + \frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) 曲線 C の $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲の変曲点を P とし，点 P における曲線 C の接線を ℓ とすると，ℓ の方程式は

$$y = -x + \pi - \boxed{\text{キ}}$$

である。

また，$\dfrac{f(x) + f(\pi - x)}{2} = \dfrac{\pi}{\boxed{\text{ク}}} - \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) $g(x) = -x + \pi - \boxed{\text{キ}}$ とおくと

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{a} \{f(x) - g(x)\}\,dx = 0$$

となるような定数 $a\left(a > -\dfrac{\pi}{6}\right)$ の値は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi$ である。また

$$\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\pi} |f(x) - g(x)|\,dx = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}\pi^{\boxed{\text{セ}}} - \boxed{\text{ソ}}$$

である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ 点Oを原点とする座標空間内に点A$(0,\ 0,\ 1)$を中心とする半径1の球面Sがある。点Bの座標を$\left(\dfrac{1}{6},\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{4}{3}\right)$とする。

(1) 点Bを通り，直線ABに垂直な平面をαとする。平面α上の任意の点Pは

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

を満たす。したがって，P$(x,\ y,\ z)$とすると

$$2x+\boxed{\text{ウ}}\,y+\boxed{\text{エ}}\,z=\boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。これより，平面αとxy平面の交線をℓとすると，直線ℓの方程式は

$$2x+\boxed{\text{ウ}}\,y=\boxed{\text{オ}},\ z=0$$

である。

さて，平面αと球面Sの交線は円となるが，この円をCとする。点Bから直線ℓおよび，xy平面にそれぞれ垂線BH，BKを下ろすと

$$\mathrm{KH}=\frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{クケ}}},\ \mathrm{BH}=\frac{\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。また，点Qを円C上の点とするとき

$\overrightarrow{\mathrm{BH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BQ}}$の最大値は$\dfrac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$

である。

(2) D$(0,\ 2,\ 4)$とする。xy平面上の点R$(X,\ Y,\ 0)$と直線DR上の点Tに対し，$\overrightarrow{\mathrm{DT}}=t\overrightarrow{\mathrm{DR}}$（$t$は実数）とおくとき

$$\overrightarrow{\mathrm{OT}}=\left(tX,\ \left(Y-\boxed{\text{チ}}\right)t+\boxed{\text{ツ}},\ -\boxed{\text{テ}}\,t+\boxed{\text{ト}}\right)$$

である。直線DRが球面Sと接するように点Rがxy平面上を動くとき，点Rは楕円

$$\frac{x^2}{\boxed{\text{ナ}}}+\frac{\left(y+\boxed{\text{ニ}}\right)^2}{\boxed{\text{ヌ}}}=1,\ z=0$$

上を動く。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ iは虚数単位とする。複素数平面上において，P(z)はA(1)を中心とする半径1の円C_1上の点とする。また，複素数wを$w=\dfrac{iz-(1+i)}{2z-5}$によって定める。

(1) AP＝1より，zは$|z-1|=1$ ……① を満たす。

また，等式$w=\dfrac{iz-(1+i)}{2z-5}$をzについて解くと

$$z=\frac{\boxed{ア}\,w-\boxed{イ}-i}{\boxed{ウ}\,w-i}\quad\cdots\cdots②$$

である。② を ① に代入して

$$\left|\boxed{エ}\,w-\boxed{オ}\right|=\left|\boxed{カ}\,w-i\right|\quad\cdots\cdots③$$

が得られる。③ より，点P(z)が円C_1上を動くとき，点Q(w)は

点$\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}-\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{ク}}i$を中心とする半径$\dfrac{\sqrt{\boxed{コサ}}}{\boxed{シ}}$の円$C_2$上を動く

とわかる。

(2) C_1と(1)の円C_2は異なる2点で交わり，その交点をB(β)，C(γ)とする。ただし，βの実部はγの実部より小さいものとする。このとき

$$\beta=\boxed{ス},\quad \gamma=\boxed{セ}-i$$

である。

C_1上の点$R_1(u)$が，直線BCに対して点A(1)と同じ側にあるとき

$$\arg\left(\frac{u-\gamma}{u-\beta}\right)=\arg\left(\boxed{ソ}+i\right)$$

となる。また，C_2上の点$R_2(v)$が，直線BCに対して点A(1)と同じ側にあるとき

$$\arg\left(\frac{v-\gamma}{v-\beta}\right)=\arg\left(1+\boxed{タ}\,i\right)$$

である。

（下　書　き　用　紙）