令和３年度　入学者選抜試験問題

一般選抜　令和３年１月28日

数　学　(60分)

Ⅰ　注意事項

1　**試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2　この問題冊子は16ページあります。ただし，出題ページは下記のとおりです。

4, 6, 8, 10ページ

3　試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい。

4　**解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，その説明と解答用紙の「記入上の注意」を読み，それぞれ正しく記入し，マークしなさい。**

①　**受験番号欄**

受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄に**マーク**しなさい。**正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。**

②　**氏名欄**

氏名・フリガナを記入しなさい。

5　試験開始後30分間および試験終了前５分間は退出できません。

6　この表紙の受験番号欄に受験番号を記入しなさい。**この問題冊子は試験終了後回収します。**

Ⅱ　解答上の注意

1　**「解答上の注意」が，裏表紙に記載してあるので，この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。ただし，問題冊子を開いてはいけません。**

受　験　番　号				

獨協医科大学　医学部

（問題は次ページから始まる）

$\boxed{1}$ 次の問いに答えなさい。

(1) 箱の中に1が書かれたカードが3枚，2が書かれたカードが2枚，3が書かれたカードが1枚の計6枚のカードが入っている。この箱の中から無作為に1枚のカードを取り出し，カードに書かれている数字を記録し，取り出したカードを箱に戻す。これを1回の試行とし，この試行を6回繰り返す。記録された数字の合計を S とする。

$S=7$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウ}}}$ であり，$S=9$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カキク}}}$ である。

1が書かれたカードを4回以上連続して取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

また，1が書かれたカードを4回以上連続して取り出すという条件のもとで，S が偶数である条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(2) 2以上の整数 n に対して，数の右下に (n) を付けることで n 進数を表すことにする。右下にこの記号が付いていない数は10進数を表す。

6進法の小数 $0.24_{(6)}$ を10進法の分数で表すと

$$0.24_{(6)} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

また，ある正の数を a 進法で表すと $0.2_{(a)}$，b 進法で表すと $0.12_{(b)}$ となった。このとき

$$\frac{\boxed{\text{ソ}}}{a} = \frac{b+\boxed{\text{タ}}}{b^{\boxed{\text{チ}}}}$$

が成り立つ。ここで，$b+\boxed{\text{タ}}=c$ とおいて上式を a と c で表すと

$$c\left(\boxed{\text{ツテ}}\,c+\boxed{\text{ト}}+a\right)=\boxed{\text{ナ}}$$

が得られる。

これより $c=\boxed{\text{ニ}}$ となり，$a=\boxed{\text{ヌ}}$，$b=\boxed{\text{ネ}}$ である。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次に続く。

2

(1) 次の不定積分を求めると

$$\int \sin^2\theta\, d\theta = \frac{1}{\boxed{\text{ア}}}\theta - \frac{1}{\boxed{\text{イ}}}\sin\boxed{\text{ウ}}\theta + C_1$$

$$\int \sin^2\theta \cos^2\theta\, d\theta = \frac{1}{\boxed{\text{エ}}}\theta - \frac{1}{\boxed{\text{オカ}}}\sin\boxed{\text{キ}}\theta + C_2$$

である。ただし，C_1，C_2 は積分定数とする。

(2) xy 平面において，曲線 C を

$$C : \begin{cases} x = 2\,(1+\cos\theta)\cos\theta \\ y = 2\,(1+\cos\theta)\sin\theta \end{cases} \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

とする。

$f(\theta) = 2\,(1+\cos\theta)\cos\theta$，$g(\theta) = 2\,(1+\cos\theta)\sin\theta$ とおくと

$$f(2\pi-\theta) = f(\theta),\ g(2\pi-\theta) = -g(\theta)$$

であるから，曲線 C の $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の部分と $\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$ の部分は x 軸に関して対称である。

曲線 C の $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の部分で，x 座標が最小となるのは $\theta = \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ のときで，その点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}},\ \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$ である。また，y 座標が最大となる点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}\right)$ である。

曲線 C が囲む部分の面積を S とする。曲線 C の $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi$ の部分を表す関数を y_1，$\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\pi \leqq \theta \leqq \pi$ の部分を表す関数を y_2 とすると，曲線 C の対称性から

$$\frac{S}{2} = \int_{\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}}^{\boxed{\text{ト}}} y_1 dx - \int_{\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}}^{\boxed{\text{ナ}}} y_2 dx$$

であり，S を求めると $S = \boxed{\text{ニ}}\pi$ である。

（下　書　き　用　紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ 点Oを原点とする座標平面上に円 C:$x^2+y^2=1$ がある。円 C の外部の点Pから円 C に引いた2本の接線と円 C との接点をA，Bとし，直線OPと直線ABとの交点をHとする。このとき，三角形OAHと三角形OPAは相似であるから，OH・OP＝ $\boxed{ア}$ である。

(1) P(2, 4)とする。このとき，PH・PO＝ $\boxed{イウ}$ である。

また，直線ABの方程式は，$y=-\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x+\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

(2) 点Pは第1象限の点であるとする。直線ABの傾きが -2 であり，$\dfrac{\mathrm{PH}}{\mathrm{OH}}=24$ が成り立つとき，点Pの座標は

$$\mathrm{P}\left(\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}},\ \sqrt{\boxed{コ}}\right)$$

である。

(3) 点Pが円 $x^2+y^2=4$ の $x\leqq 0$ の部分を動くとき，線分ABの通過する領域の面積 S は

$$S=\frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}\pi-\frac{\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$$

である。

（下 書 き 用 紙）

数学の試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ 四面体OABCにおいて，$\text{OB}=6$，$\text{OC}=4$，$\text{AB}=3\sqrt{7}$，$\text{BC}=2\sqrt{7}$であり，$\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OB}}=0$，$\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}}=0$であるとする。辺OAを2:3に内分する点をD，辺OBを2:1に内分する点をEとする。また，Pは平面ABC上の点，Qは平面OBC上の点で，それぞれ

$$\overrightarrow{\text{OP}}=\frac{4}{9}\overrightarrow{\text{OA}}+\frac{2}{9}\overrightarrow{\text{OB}}+\frac{1}{3}\overrightarrow{\text{OC}},\ \overrightarrow{\text{OQ}}=s\overrightarrow{\text{OB}}+t\overrightarrow{\text{OC}}\ (s>0,\ t>0)$$

を満たす。

(1) $\overrightarrow{\text{OB}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}}=\boxed{\text{アイ}}$であり，三角形OBCの面積を$S$，四面体OABCの体積を$V$とすると，$S=\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$，$V=\boxed{\text{オカ}}$である。

また，$\overrightarrow{\text{AP}}$を$\overrightarrow{\text{AB}}$，$\overrightarrow{\text{AC}}$を用いて表すと

$$\overrightarrow{\text{AP}}=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\overrightarrow{\text{AB}}+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\overrightarrow{\text{AC}}$$

である。

(2) 2直線OP，AQが1点で交わるとき，$\dfrac{s}{t}=\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$であり，さらに

$|\overrightarrow{\text{OQ}}|=3\sqrt{3}$のとき，$s=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$，$t=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$である。

(3) $s=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$，$t=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$のとき，3点D，E，Qを通る平面を$\alpha$とする。

平面αと直線OPとの交点をLとすると，$\overrightarrow{\text{OL}}=\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}\overrightarrow{\text{OP}}$である。また，四面体OLABの体積は$\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$である。

（下　書　き　用　紙）

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。
問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がない限り，数字（0～9），符号（−，±），自然対数の底（e）のいずれかが入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つが，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えなさい。
なお，解答用紙に4つある解答欄の左肩の数字は，それぞれ大問の番号を表します。

例1　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき。

1	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9	e
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9	e

分数形で解答する場合は，**既約分数**で答えなさい。**符号は分子**につけ，分母につけてはいけません。

例2　$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

1	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
エ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	e
オ	−	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	e
カ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9	e