

# 令和3年度 入学試験問題

## 数学（後期）

試験時間	90分
問題冊子	1～8頁

### 注意事項

1. 指示があるまで問題冊子は開かないこと。
2. 問題冊子および解答用紙に落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. スマートフォン等の電子機器類は電源を必ず切り，鞆の中にしまうこと。
5. 机には，受験票と筆記用具（鉛筆，シャープペンシル，消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓，コンパス，定規等は使用できない。）
6. 問題冊子および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題冊子の余白は自由に用いてよい。
9. 質問，トイレ，体調不良等で用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は，問題冊子および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後，解答用紙は裏返し，問題冊子は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(後期)

数 学

解答用紙(その1)

採点欄	
-----	--

[ I ]	問 1		問 2		問 3		問 4	
	ア		イ		ウ		エ	
	オ		カ		キ			
	(クの導出過程)							
[ II ]								
							ク	

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(後期)

数 学

解答用紙(その2)

採点欄	
-----	--

[III]	問1	$x =$ <input type="text"/>	のとき極小値 <input type="text"/>	をとる。	問2	$a =$
	問3	(説明・計算)				
	答					
	$M(t) =$					
問4 (説明・計算)						
答						
$I =$						

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(後期)

数 学

解答用紙(その3)

採点欄	
-----	--

[IV]	問1	( $\theta$ の範囲)	$r =$
	問2	$\cos \theta =$	$\sin \theta =$
	問3	$ \alpha  =$	
	問4	(説明・計算)	
	問5	(説明・計算)	
			答 $r =$ <input type="text"/> のとき最大値 <input type="text"/> をとる。

[ I ] 袋の中に 0, 1, 2, 3 という 1 つの番号が書かれたカードがそれぞれ 2 枚ずつ, 合計 8 枚入っている。この袋からカードを 4 枚続けて取り出す。ただし, 取り出したカードは袋に戻さない。カードに書かれている番号を取り出した順に  $a, b, c, d$  とするとき, 以下の各問いに答えよ。答えのみでよい。有理数は既約分数で表すこと。

問 1  $abcd = 0$  となる確率を求めよ。

問 2  $ab + bc + cd = 0$  となる確率を求めよ。

問 3  $a^3 + b^3 + c^3 + d^3$  が 5 の倍数となる確率を求めよ。

問 4  $ab^2 + b^2c + cd^2 + d^2a$  が 5 の倍数となる確率を求めよ。

( 計 算 用 紙 )

[ II ] 以下の文章中の空欄に適する数値や数式を解答欄に記入せよ。なお、ク に関してはその導出過程も解答欄に記述せよ。

O を原点とする  $xyz$  空間において、 $A(a, 0, 0)$ ,  $B(0, b, 0)$ ,  $P(a, b, 0)$  ( $a > 0, b > 0$ ) として、長方形 OAPB を、対角線 OP を軸として 1 回転させる。B は平面 ア  $x +$  イ  $y =$  ウ 上の中心 (エ, オ, 0), 半径 カ の円周上を動く(以下この円を  $C$  とする)。  $xy$  平面に垂直で対角線 OP を含む平面と円  $C$  の交点の 1 つを  $Q$  とするとき、線分 AQ の長さは キ となる。特に  $P$  が

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$$

を満たしながら動くとき、線分 AQ の長さは最小値 ク をとる。

( 計 算 用 紙 )



[III] 関数  $f(x) = (\log x)^2 + 2 \log x$  ( $x > 0$ ) に対し, 方程式  $f(x) = 0$  の解のうち最小の値を  $a$  とし,  $a \leq x \leq t$  における  $|f(x)|$  の最大値を  $M(t)$  とする. また, 定積分  $I$  を

$$I = \int_a^{\frac{1}{a}} M(t) dt$$

とするとき, 以下の各問いに答えよ。

問1  $f(x)$  の極小値とそのときの  $x$  の値をそれぞれ求めよ。答えのみでよい。

問2  $a$  の値を求めよ。答えのみでよい。

問3  $M(t)$  を求めよ。

問4  $I$  の値を求めよ。

( 計 算 用 紙 )

[IV]  $i = \sqrt{-1}$  を虚数単位とし、複素数  $z$  に共役な複素数を  $\bar{z}$  で表わす。原点を  $O$  とする複素数平面上において、次の 3 つの条件で定まる図形を  $C$  とする。

$$|z^2 - 1| = 1, \quad \frac{z + \bar{z}}{2} > 0, \quad \frac{z - \bar{z}}{2i} > 0$$

$C$  上の点  $P(z)$  に対して、点  $Q(\bar{z})$  を通り直線  $OQ$  と垂直な直線を  $L$  とし、直線  $OP$  と直線  $L$  の交点を  $A(\alpha)$  とする。また、点  $B(\beta)$  を、原点と点  $R(z^2)$  を通る直線上の点であり、かつ、直線  $AB$  と直線  $L$  が垂直となるようにとる。 $z$  の絶対値を  $r$  とし、 $z$  の偏角を  $\theta$  ( $0 \leq \theta < 2\pi$ ) とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1  $\theta$  がとりうる値の範囲を求めよ。また、 $r$  を  $\theta$  の関数として表せ。答えのみでよい。

問 2  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  をそれぞれ  $r$  の関数として表せ。答えのみでよい。

問 3  $|\alpha|$  を  $r$  の関数として表せ。答えのみでよい。

問 4  $|\beta|$  を  $r$  の関数として表せ。

問 5 点  $P(z)$  が  $C$  上を動くとき、 $|z|^2 \left| \frac{z}{\alpha} - 1 \right| \left| \frac{\beta}{\alpha} - 1 \right|$  の最大値と、最大値をとる複素数  $z$  に対する  $r$  の値を答えよ。

( 計 算 用 紙 )