

# 令和3年度 入学試験問題

## 数学（前期）

試験時間	90分
問題冊子	1～8頁

### 注意事項

1. 指示があるまで問題冊子は開かないこと。
2. 問題冊子および解答用紙に落丁，乱丁，印刷の不鮮明な箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせること。
3. 解答が終わっても，または試験を放棄する場合でも，試験終了までは退場できない。
4. スマートフォン等の電子機器類は電源を必ず切り，鞆の中にしまうこと。
5. 机上には，受験票と筆記用具（鉛筆，シャープペンシル，消しゴム）および時計（計時機能のみ）以外は置かないこと。（耳栓，コンパス，定規等は使用できない。）
6. 問題冊子および解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
7. 解答はすべて解答用紙の所定の解答欄に記入すること。欄外には何も書かないこと。
8. この問題冊子の余白は自由に用いてよい。
9. 質問，トイレ，体調不良等で用件のある場合は，無言のまま手を挙げて監督者の指示に従うこと。
10. 中途退室時は，問題冊子および解答用紙を裏返しにすること。
11. 受験中不正行為があった場合は，試験の一切を無効とし，試験終了時間まで別室で待機を命じる。
12. 試験終了後，解答用紙は裏返し，問題冊子は持ち帰ること。

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(前期)

数 学

解答用紙(その1)

採点欄	
-----	--

[ I ]	問1	$a =$	$b =$	$c =$
	問2	(1)	(2)	(3)
[ II ]	問1	$a =$	問2	
	問3	(説明・計算)		
答				
$N(a) =$				

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(前期)

数 学

解答用紙(その2)

採点欄	
-----	--

[III]	問1	$S =$	問2	$T =$
	問3	(説明・計算)		
				答
[IV]	問1	$a =$	$b =$	
	問2	(説明・計算)		
				答
			答	$V(\alpha) =$

受験番号	
------	--

氏名	
----	--

令和3年度(前期)

数 学

解答用紙(その3)

採点欄	
-----	--

[IV]	問3 (証明)	
	問4 (説明・計算)	
	$c =$	(極限值)

[ I ] 3枚の硬貨 X, Y, Z を同時に投げて、表裏を調べるという試行 T を繰り返し行う。座標空間内の動点 P は定点 A ( $a, b, c$ ) から出発し、硬貨の表裏に応じて、次の規則にしたがって移動する。

[規則 1] X が表の場合は  $x$  軸方向に  $+1$ 、裏の場合は  $x$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動する。

[規則 2] Y が表の場合は  $y$  軸方向に  $+1$ 、裏の場合は  $y$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動する。

[規則 3] Z が表の場合は  $z$  軸方向に  $+1$ 、裏の場合は  $z$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動する。

このとき、以下の各問いに答えよ。

問 1 はじめに、試行 T を続けて 6 回行ったところ、X, Y, Z が表となった回数はそれぞれ 2, 3, 4 であり、このとき、P は原点にあったという。 $a, b, c$  の値をそれぞれ求めよ。答えのみでよい。

問 2 次に、動点 P を問 1 で定まった定点 A に戻してから、試行 T を続けて 5 回行った。このとき、P が次の集合に属する確率をそれぞれ求めよ。答えのみでよい。ただし、有理数は既約分数で表すこと。

(1)  $\{(x, y, z) \mid z = -1\}$

(2)  $\{(x, y, z) \mid y \leq 4, z = -1\}$

(3)  $\{(x, y, z) \mid x > 2, y + z = 2\}$

( 計 算 用 紙 )

[ II ]  $a$  を実数の定数とする。O を原点とする座標平面において、曲線  $C : y = |x|(6 - x) + x$  と直線  $L : y = 5ax + a^4$  の共有点の個数を  $N(a)$  とおくと、以下の各問いに答えよ。

問 1 直線  $L$  が原点を通るような定数  $a$  の値をすべて求めよ。答えのみでよい。

問 2 曲線  $C$  上の点  $(1, 6)$  における  $C$  の接線の方程式を求めよ。答えのみでよい。

問 3  $N(a)$  を求めよ。

( 計 算 用 紙 )



[III]  $O$  を原点とする座標平面における放物線  $C: y^2 = 4px$  ( $p > 0$ ) に対して、 $C$  の焦点を  $F$ 、 $C$  上の異なる 2 点  $A\left(\frac{\alpha^2}{4p}, \alpha\right)$ 、 $B\left(\frac{\beta^2}{4p}, \beta\right)$  (ただし、 $\alpha < 0 < \beta$ ) における 2 接線の交点を  $P$  とする。 $C$  と 2 直線  $AF$ 、 $BF$  で囲まれる部分の面積を  $S$ 、 $C$  と 2 直線  $AP$ 、 $BP$  で囲まれる部分の面積を  $T$  とするとき、以下の各問いに答えよ。

問 1  $S$  を  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $p$  を用いて表せ。答えのみでよい。

問 2  $T$  を  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $p$  を用いて表せ。答えのみでよい。

問 3  $S = T$  が成り立つとき、 $-\frac{\beta}{\alpha}$  がとりうる値の範囲を求めよ。

( 計 算 用 紙 )

[IV]  $a, b$  を正の定数とする。 $xy$  平面上の 2 つの曲線  $C_1: y = e^{x^2}$  ( $x > 0$ ),  $C_2: y = a \log x + b$  ( $x > 0$ ) に対して,  $C_1$  と  $C_2$  はただ一つの共有点  $(\alpha, e^{\alpha^2})$  ( $0 < \alpha < 1$ ) をもつとする。また, 曲線  $C_1$ , 曲線  $C_2$ , 直線  $x = \alpha^{\frac{3}{2}}$  で囲まれた図形を  $y$  軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を  $V(\alpha)$  とする。このとき, 以下の各問いに答えよ。

問 1  $a, b$  を  $\alpha$  を用いて表せ。答えのみでよい。

問 2  $V(\alpha)$  を  $\alpha$  のみを用いて表せ。

問 3  $0 \leq t \leq 1$  のとき, 次の不等式が成り立つことを示せ。

$$-\frac{t^3}{6} \leq e^{-t} - 1 + t - \frac{t^2}{2} \leq 0$$

問 4 極限  $\lim_{\alpha \rightarrow +0} \frac{V(\alpha)}{\alpha^c}$  が存在し, かつその極限值が正となるような正の定数  $c$  の値を求めよ。また, そのときの極限值を答えよ。ただし, 必要ならば  $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x = 0$  であることを証明なしに用いてよい。

( 計 算 用 紙 )