［Ⅰ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

（1） 点Oを中心とする半径1の円に内接する三角形ABCにおいて

$$-5\overrightarrow{\mathrm{OA}}+7\overrightarrow{\mathrm{OB}}+8\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{0}$$

が成り立っているとする。また直線OAと直線BCの交点をPとする。このとき線分BC，OPの長さを求めると BC＝$\boxed{\text{（あ）}}$，OP＝$\boxed{\text{（い）}}$ である。さらに三角形ABCの面積は $\boxed{\text{（う）}}$ である。

（2） $0<\alpha<1$，$m>0$ とする。曲線 $y=x^{\alpha}-mx\ (x\geqq 0)$ と x 軸で囲まれた図形を x 軸の回りに1回転させてできる回転体の体積を V とする。m を固定して $\alpha\to+0$ とするときの V の極限値を m の式で表すと，$\displaystyle\lim_{\alpha\to+0}V=$ $\boxed{\text{（え）}}$ となる。また，α を固定して $m\to\infty$ とするとき m^3V が0でない数に収束するならば，$\alpha=$ $\boxed{\text{（お）}}$ である。

（3） 整数 k に対して，x の2次方程式 $x^2+kx+k+35=0$ の解を α_k，β_k とおく。ただし，方程式が重解をもつときは $\alpha_k=\beta_k$ である。また

$$U=\{k\mid k\text{ は整数，かつ }|k|\leqq 100\}$$

を全体集合とし，その部分集合

$$A=\{k\mid k\in U\text{ かつ }\alpha_k,\ \beta_k\text{ はともに実数で }\alpha_k\neq\beta_k\},$$

$$B=\{k\mid k\in U\text{ かつ }\alpha_k,\ \beta_k\text{ の実部はともに }2\text{ より大きい}\},$$

$$C=\{k\mid k\in U\text{ かつ }\alpha_k,\ \beta_k\text{ の実部と虚部はすべて整数}\},$$

を考える。このとき $n(A)=$ $\boxed{\text{（か）}}$，$n(A\cap B)=$ $\boxed{\text{（き）}}$，$n(\overline{A}\cap B)=$ $\boxed{\text{（く）}}$，$n(A\cap C)=$ $\boxed{\text{（け）}}$，$n(\overline{A}\cap C)=$ $\boxed{\text{（こ）}}$ である。ただし有限集合 X に対してその要素の個数を $n(X)$ で表す。また，$\overline{A}$ は A の補集合である。

［Ⅱ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。ただし（あ），（い），（う）には $\boldsymbol{n}$ の整式を，（え）には $\boldsymbol{d_1}$，$\boldsymbol{d_2}$，…，$\boldsymbol{d_n}$ の式を入れること。また，設問（2）に答えなさい。

n 人のクラス（ただし $n>1$）で英語と理科のテストを実施する。ただしどちらの科目にも同順位の者はいないとする。出席番号 i（$i=1, 2, \cdots, n$）の生徒について，その英語の順位 x と理科の順位 y の組を（x_i，y_i）で表す。

（1） 変量 x の平均値 $\overline{x}$ と分散 s_x^2 をそれぞれ求めると $\overline{x}=$ $\boxed{\text{（あ）}}$，$s_x^2=$ $\boxed{\text{（い）}}$ である。

（2） 変量 x，y の共分散を s_{xy} とする。クラスの人数 n が奇数の2倍であるとき，$s_{xy} \neq 0$ となることを示しなさい。

（3） $i=1, 2, \cdots, n$ に対して $d_i=x_i-y_i$ とおく。変量 x，y の相関係数を r とするとき，r は n と d_1，d_2，…，d_n を用いて

$$r=1-\frac{6}{\boxed{\text{（う）}}}\boxed{\text{（え）}}$$

と表される。

（4） x_i と y_i の間に $y_i=$ $\boxed{\text{（お）}}$（$i=1, 2, \cdots, n$）の関係があるとき r は最大値 $\boxed{\text{（か）}}$ をとり，$y_i=$ $\boxed{\text{（き）}}$（$i=1, 2, \cdots, n$）の関係があるとき r は最小値 $\boxed{\text{（く）}}$ をとる。

［Ⅲ］

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

水平な平面上の異なる2点A$(0, 1)$，Q(x, y)にそれぞれ高さ$h>0$，$g>0$の塔が平面に垂直に立っている。この平面上にあってA，Qとは異なる点Pから2つの塔の先端を見上げる角度が等しくなる状況を考える。ただし，以下の設問を通して$h \neq g$とする。

（1） 点Qの座標が$(T, 1)$（ただし$T>0$）のとき，2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点Pは，中心の座標が$\left(\boxed{\text{（あ）}}, \boxed{\text{（い）}}\right)$，半径が$\boxed{\text{（う）}}$の円周上にある。

（2） 2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点Pのうち，y軸上にあるものがただ1つであるとする。このときhとgの間には不等式$\boxed{\text{（え）}}$が成り立ち，点Q(x, y)は2直線$y=\boxed{\text{（お）}}$，$y=\boxed{\text{（か）}}$のいずれかの上にある。

（3） 2つの塔を見上げる角度が等しくなるような点Pのうち，x軸上にあるものがただ1つであるとする。このとき点Q(x, y)は方程式

$$\boxed{\text{（き）}}\,x^2+\boxed{\text{（く）}}\,x+\boxed{\text{（け）}}\,y^2+\boxed{\text{（こ）}}\,y=1$$

で表される2次曲線Cの上にある。Cが楕円であるのはhとgの間に不等式$\boxed{\text{（さ）}}$が成り立つときであり，そのときCの2つの焦点の座標は$\left(\boxed{\text{（し）}}, \boxed{\text{（す）}}\right)$，$\left(\boxed{\text{（せ）}}, \boxed{\text{（そ）}}\right)$である。$\boxed{\text{（さ）}}$が成り立たないとき$C$は双曲線となり，その2つの焦点の座標は$\left(\boxed{\text{（た）}}, \boxed{\text{（ち）}}\right)$，$\left(\boxed{\text{（つ）}}, \boxed{\text{（て）}}\right)$である。さらに$\dfrac{h}{g}=\boxed{\text{（と）}}$のとき$C$は直角双曲線となる。

[IV]

以下の文章の空欄に適切な数または式を入れて文章を完成させなさい。

曲線 $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ $(x>0)$ を C で表す。点 $\mathrm{Q}(X,\ Y)$ を中心とする半径 r の円が曲線 C と，点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{e^t+e^{-t}}{2}\right)$（ただし $t>0$）において共通の接線をもち，さらに $X<t$ であるとする。このとき X および Y を t の式で表すと

$$X=\boxed{\text{（あ）}},\quad Y=\boxed{\text{（い）}}$$

となる。t の関数 $X(t)$，$Y(t)$ を $X(t)=\boxed{\text{（あ）}}$，$Y(t)=\boxed{\text{（い）}}$ により定義する。すべての $t>0$ に対して $X(t)>0$ となるための条件は，r が不等式 $\boxed{\text{（う）}}$ を満たすことである。$\boxed{\text{（う）}}$ が成り立たないとき，関数 $Y(t)$ は $t=\boxed{\text{（え）}}$ において最小値 $\boxed{\text{（お）}}$ をとる。また $\boxed{\text{（う）}}$ が成り立つとき，Y を X の関数と考えて，$\left(\dfrac{dY}{dX}\right)^2+1$ を Y の式で表すと $\left(\dfrac{dY}{dX}\right)^2+1=\boxed{\text{（か）}}$ となる。