

物理 問題 I

図1のように、小球 A, B を手に持ち小球 A の上に小球 B を並べ、わずかな隙間を空けた。その状態で静かに手をはなすと、図2のように、小球 A が水平な床ではねかえった直後に小球 B と弾性衝突する。この際、小球 A, B の位置が水平方向にも少しずれていると、図3のように、小球 A, B の速度は弾性衝突の後にともに水平成分を持つ。小球 A が小球 B と衝突した直後は、小球 B の速度の鉛直成分は上向きであった。

小球 A, B の半径は十分に小さく、手をはなす瞬間の高さは近似的に共通とみなせ、その床からの高さを h とする。また、図2の弾性衝突のときの床からの高さは0で近似する。小球 A が小球 B と衝突した直後の小球 A の水平方向の速さを v_{Ax} 、小球 A, B の質量をそれぞれ m_A 、 m_B とし、小球 A と床との反発係数（はねかえり係数）を e ($0 < e \leq 1$)、重力加速度の大きさを g とする。はねかえりや弾性衝突にかかる時間は十分に短いものとし、空気の影響は無視して、次の問いに答えよ。

- 問1. 小球 A が小球 B と衝突する直前の小球 B の速さ v_{B0} を求めよ。
 問2. 小球 A が床ではねかえった後、小球 B と衝突する直前の小球 A の速さを、 e 、 m_A 、 m_B 、 v_{B0} の中から必要なものを用いて表せ。
 問3. 小球 A が小球 B と衝突した後に、小球 B が最高点に達した瞬間の小球 B の速さを求めよ。

以下では $v_{Ax} = 0$ の場合について考える。この場合、小球 A, B は鉛直方向に直線運動する。鉛直上向きを正とし、小球 A が小球 B と初めて衝突した直後の小球 A, B の速度をそれぞれ v_A 、 v_B とする。

- 問4. この衝突の直後の小球 A に対する小球 B の相対速度 $v_B - v_A$ を、 e 、 m_A 、 m_B 、 v_{B0} の中から必要なものを用いて表せ。
 問5. この衝突の直後の小球 A, B の運動量の和を、 e 、 m_A 、 m_B 、 v_{B0} の中から必要なものを用いて表せ。
 問6. $m_A = m_B$ のとき、この衝突の後に小球 B が達した最高点の床からの高さを、 h 、 e を用いて表せ。
 問7. $m_A \gg m_B$ 、 $e = 1$ のとき、 $\frac{m_B}{m_A} = 0$ と近似して、この衝突の後に小球 B が達した最高点の床からの高さを、 h を用いて表せ。

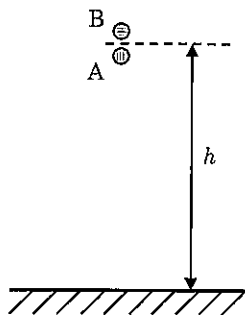


図 1

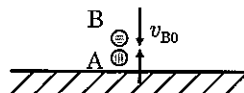


図 2

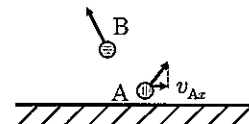


図 3

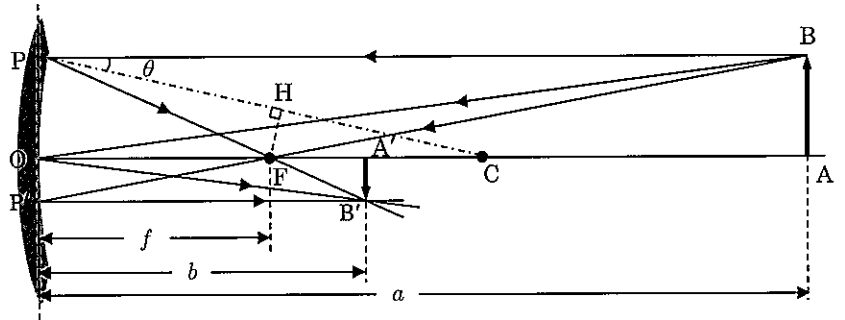
物 理

物理 問題 II

次の文を読み、下の問いに答えよ。

図のように球面の内側を鏡面とした凹面鏡があり、球面の中心 C から鏡に向かって引いた直線を光軸（主軸）としたときの、鏡面との交点を O とする。このとき光軸上には焦点 F がある。

ここでは光軸の近くを通る光線だけを考える。光軸上で中心 C の外側に物体 AB を光軸に対して垂直に置くと、凹面鏡の前方に像 A'B' ができる。凹面鏡に入射した光線は、次のように反射する。



1. 点 B から出て点 O に入射した光線は、反射した後、光軸に対して入射光線と対称になるように進む
2. 点 B から出て光軸に平行に入射した光線は、凹面鏡の点 P で反射した後、
3. 点 B から出て焦点 F を通過した光線は、凹面鏡の点 P' で反射した後、

凹面鏡から物体までの距離を a 、凹面鏡から像までの距離を b 、凹面鏡の焦点距離を f とすると、 $\triangle ABO$ と $\triangle A'B'O$ は相似であり、長さの比 $\frac{A'B'}{AB}$ は a, b を用いて と表される。光軸近くの光線を考えているので、線分 OP' が光軸に垂直であると近似すると $\triangle ABF$ と $\triangle OP'F$ は相似であり、 $OP' = A'B'$ となることから $\frac{A'B'}{AB}$ は a, f を用いて と表される。これらの式からレンズの公式と同様な凹面鏡の写像公式が導かれる。

さらに $\angle BPC$ を θ とすると、 $\angle CPF = \angle PCF =$ となるので $\triangle PFC$ は二等辺三角形である。 は十分小さいと見なせるので \cos ≈ 1 となり、焦点 F から線分 CP に垂線を下ろしたときの交点を H とすると $CH = CF \times \cos$ $\approx CF$ となる。 $CO = CP$ より、焦点距離は凹面鏡の球面の半径 R を用いて $f =$ と表される。

ここで、点 O からの距離が a_0 の位置に物体 AB を平行移動させた。すると、凹面鏡により倍率が 0.25 倍の実像 A'B' ができた。このとき点 O から像 A'B' までの距離は 、物体 AB と像 A'B' の間の距離は 、凹面鏡の焦点距離は $f =$ となる。

次に、点 O からの距離が a_0 の位置に物体 AB を置いたままにして、凹面鏡のみを取り除いた。その後、薄い凸レンズをその光軸が線分 OA と重なるようにして、OA 間のある位置に置いた。すると、先ほどの凹面鏡による像 A'B' と同じ位置（点 O からの距離が ）に同じ倍率（0.25 倍）で、凸レンズによる物体 AB の実像ができた。このときの像と凸レンズの間の距離は 、凸レンズの焦点距離は 、点 O から凸レンズまでの距離は となる。

問 1. , に入る文として適切なものを次の選択肢の中から 1 つずつ選び、それぞれ番号で答えよ。

- 問 1 の選択肢
- | | |
|-------------------|------------------|
| ①球面の中心 C を通るように進む | ②光軸と平行に進む |
| ③焦点 F を通るように進む | ④反射前の進行方向と逆向きに進む |

問 2. ~ にあてはまる式または記号を答えよ。ただし、 ~ については、 a_0 を用いて表し、 a_0 の係数は有効数字 2 桁で答えよ。

物 理

物理 問題 III

棒磁石に一樣な磁場（磁界）をかけると、棒磁石にはそのN極を磁場の向きにそろえようとする力がはたらく。

図1のように、 xy 平面内に細い棒磁石を固定し、その中心を原点 O とすると、棒磁石のS極からN極に向かうベクトル \vec{r} は、 $+x$ 方向から $+y$ 方向に向かって角度 θ だけ傾いていた。棒磁石のN極、S極の磁気量をそれぞれ $q_m (> 0)$ 、 $-q_m$ 、棒磁石の長さを L とする。このとき、ベクトル \vec{r} はその x 成分、 y 成分を用いて $\vec{r} = (L\cos\theta, L\sin\theta)$ と書ける。ここに、強さ H で $+x$ 方向の一樣な磁場を発生させた。

力のモーメントの符号は、図1の xy 平面内において回転の向きが反時計回り（角度 θ が増加する向き）のときを正とする。

- 問1. 棒磁石のN極、S極にはたらく磁気力を x 成分、 y 成分を用いてそれぞれ表示せよ。
 問2. 棒磁石のN極、S極それぞれにはたらく磁気力による、原点 O のまわりの力のモーメントの和を求めよ。

電流を流したコイルに一樣な磁場をかけると、コイルには以下で定義するコイルの向きを磁場の向きにそろえようとする力がはたらく。

図2のような長辺の長さ a 、短辺の長さ b の長方形のコイルに、大きさ I の電流を流した。このコイルを図3のように長辺が z 軸と平行となるように固定し、その中心を原点 O とする。コイルの向きを表すために、図2のようにコイルの面と垂直なベクトル \vec{n} を定義する。このベクトル \vec{n} の向きは、コイルに流す電流がコイルの中心に作る磁場の向きとすると、図4のように、ベクトル \vec{n} は $+x$ 方向から $+y$ 方向に向かって角度 θ だけ傾いていた。ここに、強さ H で $+x$ 方向の一樣な磁場を発生させた。

以下の力のモーメントの計算においては、コイルの1つの辺が一樣な磁場から受ける力は、その合力がその辺の中点を作用点としてはたらくしているとして計算してよい。力のモーメントの符号は、図4の xy 平面内において回転の向きが反時計回り（角度 θ が増加する向き）のときを正とし、空気の透磁率を μ とする。

- 問3. 1つの長辺、1つの短辺が一樣な磁場から受ける力の大きさをそれぞれ求めよ。
 問4. 1つの短辺が一樣な磁場から受ける力による、原点 O のまわりの力のモーメントの大きさを求めよ。
 問5. 2つの長辺それぞれが一樣な磁場から受ける力による、原点 O のまわりの力のモーメントの和を求めよ。

問2、問4、問5の結果から、棒磁石とコイルのそれぞれが受ける力による、原点 O のまわりの力のモーメントの和は、その向きは同じであり、角度 θ の関数として見たときの形も同じであることが分かる。このことから、電流を流したコイルは磁石の一種（電磁石）としてふるまうことが分かる。その磁石としての強さは、コイルが受ける力のモーメントが棒磁石のそれと同じであれば棒磁石の強さと同じといえる。

- 問6. 上記のように考えた場合に、磁石としての強さが棒磁石とコイルで等しいときの電流の大きさ I を求めよ。

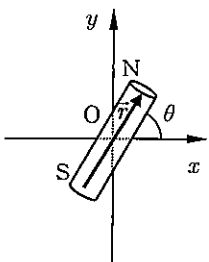


図1

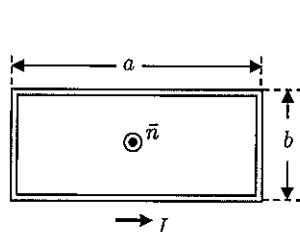


図2

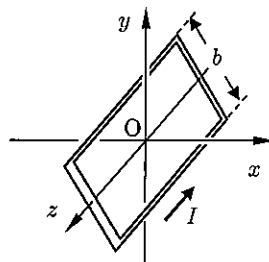


図3

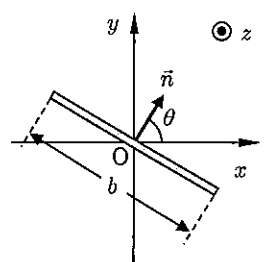


図4