

数学問題・答案用紙(一)

I. 次の 1) ~ 4) の設問に対して、答えのみを下の解答欄に記入せよ。

1) 方程式  $\sqrt{3x-7} - \sqrt{x-1} = 2$  を解け。

2) チーム A とチーム B が試合をして、先に 2 連勝したチームが優勝となり、優勝チームが決まるまで試合を続けるものとする。チーム A がチーム B に勝つ確率は  $\frac{2}{3}$  であって、引き分けになることはないとする。既に 1 試合が行われ、チーム A が 1 勝しているとして、次の問いに答えよ。

- (a) ここからあと 3 試合行って、チーム A が優勝する確率を求めよ。
- (b) チーム A が優勝する確率を求めよ。

3) 空間に、点  $A(1, 3, 2)$  がある。 $x$  軸に関して点 A と対称な点を B,  $yz$  平面に関して点 A と対称な点を C とするとき、次の問いに答えよ。

- (a) 三角形 ABC の面積を求めよ。
- (b) 点 D を  $(-1, 3, -1)$  とするとき、四面体 ABCD の体積を求めよ。

4) 楕円  $x^2 + 2y^2 = 9$  上で第二象限にある点を  $P(p, q)$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (a) 点 P におけるこの楕円の法線の方程式を求めよ。
- (b) 点  $(-2, 6)$  からの距離が最小となる、楕円上の点の座標を求めよ。

解答欄

1)		
2)	(a)	(b)
3)	(a)	(b)
4)	(a)	(b)

II. 次のように群に分けられた数列  $\{a_n\}$  を考える。

$$1, 1 \mid 2 \mid 3, 3 \mid 4, 4, 4, 4 \mid 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5 \mid 6, 6, 6, 6, \dots$$

第  $k$  群には  $c_k$  個の  $k$  が並んでいるとすると、数列  $\{c_k\}$  の一般項は  $k$  の 2 次式で表されるとする。このとき、次の問いに答えよ。

1) 数列  $\{c_k\}$  の一般項を求めよ。

2) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $k$  群の末項までの和  $S(k)$  を求めよ。

3) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和が 2500 を超えるような最小の  $n$  の値を求めよ。

III. 関数  $f(x) = x \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) について、次の問いに答えよ。

1)  $0 \leq x \leq \pi$  の範囲で関数  $f(x)$  は極大値をただ一つ持つことを示せ。

2) 1) で示されたただ一つの極大値を与える  $x$  の値を  $c$  とする。  $t$  を  $0 < t < c$  である数として、不等式

$$(y - f(x))(y - f(t)) \leq 0 \quad (0 \leq x \leq c)$$

の表す第一象限内の領域の面積を  $S(t)$  とする。このとき、 $S(t)$  の最小値を与える  $t$  の値を  $c$  で表せ。