

理 科

〈監督者の指示があるまで開いてはいけない〉

1. 出願時に選択した2科目について、解答を別紙の解答用紙に記入しなさい。
2. 選択していない科目の解答用紙は問題配布後に回収します。
3. 試験開始後、まず解答用紙に自分の受験番号と氏名を正しく記入しなさい。
4. 試験開始後、速やかに問題冊子に落丁や乱丁がないか確認しなさい。
落丁や乱丁があった場合は、手を挙げなさい。
5. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用しなさい。
6. 記入中でない解答用紙は必ず裏返しにしておきなさい。
7. 問題冊子は試験終了後、持ち帰ってもよい。
ただし、試験途中では持ち出してはいけない。

問 題 目 次

物 理	1 ~ 5	ページ
化 学	6 ~ 14	ページ
生 物	15 ~ 27	ページ

物 理

1. 放射線治療には、X線や γ 線のほか、陽子線や重粒子線を使う粒子線治療も増えてきている。

ホウ素 $10(^{10}\text{B})$ が中性子を捕捉すると、 α 線を放出し、リチウム $7(^7\text{Li})$ に変わる。がん細胞にホウ素化合物を集め、これに十分減速された中性子線を照射することで、放出される α 線とリチウム 7 粒子によりがん細胞を選択的に破壊する治療法(ホウ素中性子捕捉療法)も注目されている。

中性子は陽子とほぼ同じ質量をもつが、電荷をもたないため、電気的な力のはたらかず、中性子線は物質に対する透過力が非常に強い。したがって、中性子の運動を制御する場合、中性子が原子核に衝突することで減速することを用いる。以下では、この現象について考える。

中性子の質量、速度ベクトルをそれぞれ m 、 \vec{v} 、中性子を衝突させる原子核(ターゲット)の質量は M で、衝突前には静止しているとする。中性子とターゲットは一直線上で弾性衝突するとし、中性子とターゲットの衝突後の速度ベクトルをそれぞれ \vec{v}' 、 \vec{u} として、以下の問いに答えなさい。ただし、重力の影響や相対論的効果、核反応は考慮しないものとする。必要であれば、 \vec{v} 、 \vec{v}' 、 \vec{u} の大きさをそれぞれ v 、 v' 、 u としなさい。

問 1. 中性子とターゲットの衝突前後の運動量保存則を表す式を書きなさい。

問 2. 中性子とターゲットの衝突前後のエネルギー保存則を表す式を書きなさい。

問 3. 衝突後の中性子の速度ベクトル \vec{v}' を \vec{v} を用いて表しなさい。

問 4. 衝突前に対する衝突後の中性子の運動エネルギーの比を求めなさい。

問 5. 以上の結果から、中性子を減速するにはどのような物質を用いるのが良いか考察し、実際に用いられている方法と比較し、記述しなさい。

2. 血液の粘性(粘り気)は、血管内を流れるときの抵抗になるため、血液を流すには圧力(血圧)をかける必要がある。

管を流れる粘性のある流体について、単純化したモデルでは、一般に、1秒間に流れる流体の体積(流量) Q は管の両端の圧力差 ΔP に比例し、

$$Q = \frac{\Delta P}{R} \quad (1)$$

を満たすものとする。ここで、 R は流動抵抗と呼ばれる。ただし、重力の影響、すなわち、管の高低差は考えないものとする。

式(1)において、管の両端の圧力差 ΔP を電気回路の電位差、流量 Q を電流、流動抵抗 R を電気抵抗に対応させると、式(1)は電気回路におけるオームの法則に他ならない。このように、循環器系で起こる現象を解析するために、循環器系を電気回路に置き換えたもので考えることがよく行われる。置き換えた電気回路を等価回路と呼ぶ。

式(1)においては、血管を太さが変化しない管として扱っている。しかし、実際の血管は血圧が上がると拡張し、血圧が下がると収縮する。心臓の拍動の周期(心周期)により血圧が変化するため、血管の拡張・収縮と流れの時間変動を考慮する必要がある。血圧が上昇するとき、血管の直径は増加し、流入する血液量は、流出する血液量よりも多くなり、差し引きの血液が血管内に蓄えられる。血圧が下がるときには蓄えられた血液も流れ出る。このような現象は、血管の等価回路においてコンデンサーを加えることにより表現できる。

心周期による血流量の時間変化をより正確に表現するには、血液の質量にともなう慣性の影響を取り入れなければならない。慣性は血流量の変化を阻止しようとする力としてはたらくから、等価回路では誘導起電力を発生するコイルで表現できる。

心臓から出た血液が全身をめぐる心臓に戻るまでの血管の流動抵抗を抵抗 R 、血管の弾力性を電気容量 C 、血液の慣性を自己インダクタンス L で表す。心臓から拍出される時刻 t における血流量を電流 $I(t)$ 、血管の両端の圧力差の変動成分を電圧 $V(t)$ とすると、図のようなモデルで表すことができる。

大動脈の血圧、すなわち、図の交流電源の電圧を

$$V(t) = V_0 \sin \omega t$$

とする。ここで、 ω は単位時間当たりの心拍数に 2π をかけたもので定義される。この場合、 $V(t)$ が負にもなるが、ここでは簡略化するために一定の血圧を差し引いて考えている。

コンデンサーの両端にかかる電圧は振幅、位相とも電源とは異なるので

$$V_C(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

として、以下の問いに答えなさい。

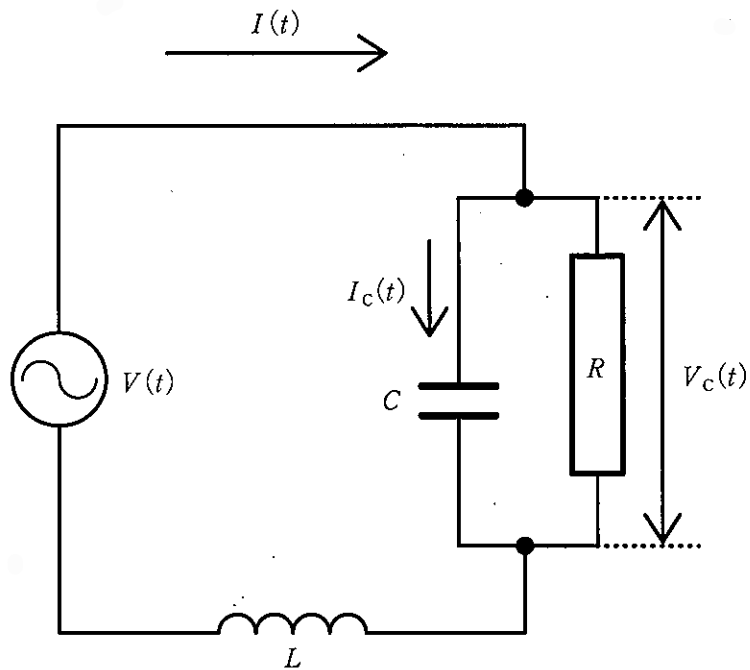


図 血管の拡張・収縮, 血液の慣性を考慮した血管系のモデル

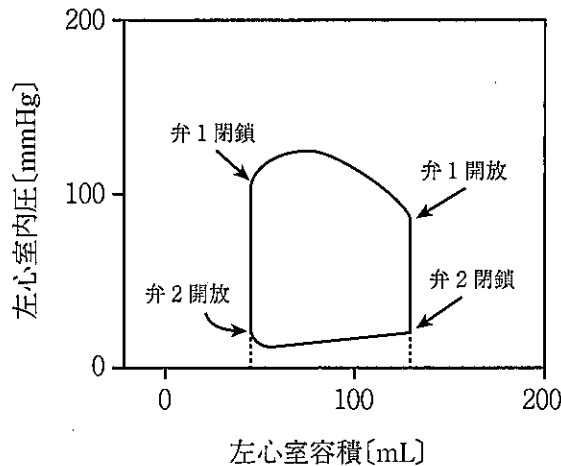
- 問 1. コンデンサーを流れる電流 $I_C(t)$ を $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ の和の式で表しなさい。
- 問 2. 回路を流れる電流 $I(t)$ を $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ の和の式で表しなさい。
- 問 3. コイルの両端にかかる電圧 $V_L(t)$ を L を含む $\sin \omega t$ と $\cos \omega t$ の和の式で表しなさい。
- 問 4. 電位差 $V(t)$ が

$$V(t) = V_0 \sin \omega t$$

であることから, A と B が満たす式を求めなさい。また, A を V_0 を用いて表しなさい。

- 問 5. 血流における慣性の影響が非常に小さな場合を考え, $L = 0$ とする。
- (1) $I(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi)$ とするとき, $\tan \phi$ を求めなさい。また, I_0 を V_0 を用いて表しなさい。
 - (2) この回路のインピーダンスを求めなさい。
 - (3) 動脈硬化が極度に進行した場合として, 血管の弾力性が失われた状態のインピーダンスを求めなさい。
 - (4) このモデルに基づいて考える限りにおいて, 血圧の測定で動脈硬化を予測することが可能か不可能かを考察し, その理由を簡潔に説明しなさい。

3. 心臓は血液を全身に循環させるポンプの役割を果たす。心臓の内部には2つの弁があり、その働きによって血液は逆流せず一方向へ流れる。左心室内の容積を左心室容積と呼び、左心室の筋肉が収縮することによって左心室内に生み出される圧力を左心室内圧と呼ぶ。左心室内圧と左心室容積の関係を心臓の拍動の1周期にわたってグラフにしたもの(図1)は左心室の機能を分析する強力な手段となる。



弁1 : 左心室と大動脈を仕切る弁
 弁2 : 左心房と左心室を仕切る弁

図1. 左心室内圧-左心室容積ループ

(Richard E. Klabunde 著, 百村伸一監修, 石黒芳紀, 讚井將満監訳 :
 臨床にダイレクトにつながる循環生理(羊土社)p. 86, 図4.4 改変)

これを図2のようにモデル化し、その意味を考える。以下の問いに答えなさい。ただし、圧力、容積の単位はそれぞれ Pa, m^3 で表されている。必要であれば、水銀の密度 $1.36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$, 重力加速度の大きさ 9.80 m/s^2 を用いなさい。

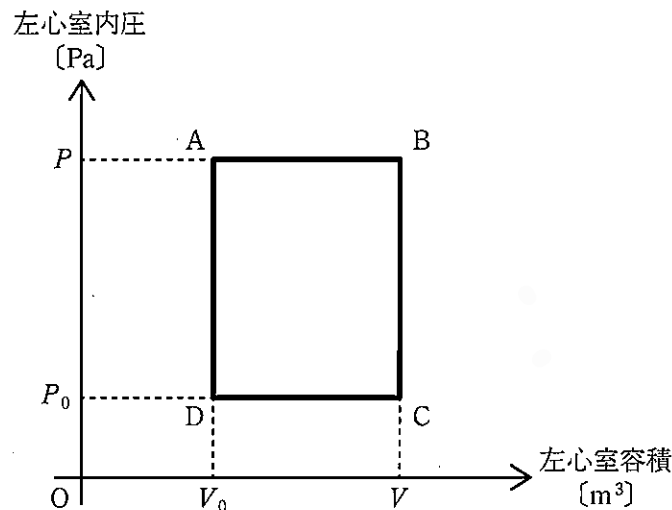


図2. モデル化した左心室内圧-左心室容積ループ

- 問 1. 図 1 の縦軸の mmHg という単位は圧力を表す非 SI 単位であり、日本では血圧の単位として用いられている。現在は計量法により SI 単位に基づいて定義されているが、歴史的には 1 mmHg は高さ 1 ミリメートルの水銀柱が与える圧力として定義されていた。1.00 mmHg を Pa で表しなさい。
- 問 2. 図 2 において左心室が収縮し、血液を全身に送り出す過程はどの部分か、過程の始まりと終わりを図 2 のアルファベットを用いて答えなさい。
- 問 3. 1 回の拍動で左心室から送り出される血液の量を図 2 の記号を用いた式で表しなさい。
- 問 4. 心拍数が 60 回/分であるとき、左心室がする仕事率を図 2 の記号を用いた式で表しなさい。単位も示すこと。
- 問 5. 一般に、1 秒間に流れる流体の体積に対する管の両端にかかる圧力差の比として流動抵抗を定義する。心拍数が 60 回/分であるとき、全身の流動抵抗を図 2 の記号を用いた式で表しなさい。
- 問 6. 激しい運動をして、左心室から拍出される血流量が 24 L/分になった。図 2 をもとに、運動中の心拍数を 120 回/分、左心室が収縮しているときの圧力を 120 mmHg、拡張しているときの圧力を 8.0 mmHg とし、1 心拍毎に左心室がする仕事と仕事率をそれぞれ求めなさい。単位も示すこと。