数　学（その１）

問題１

次の問いに答えよ。

(1) $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ にあてはまる文を次の①～④から選べ。

① 「必要十分条件である」

② 「必要条件であるが十分条件でない」

③ 「十分条件であるが必要条件でない」

④ 「必要条件でも十分条件でもない」

実数 x，y について，$x^4+y^4=0$ は $x+y=0$ であるための $\boxed{ア}$。

集合 A，B，C について，A∪B∪C=B∪C は A∩(B∪C) =A であるための $\boxed{イ}$。

関数 $f(x)$ が $x=1$ で連続であることは，$f(x)$ が $x=1$ で微分可能であるための $\boxed{ウ}$。

3 辺の長さが a，b，c の三角形において，

$$a^6-a^4b^2-a^4c^2-a^2b^4+2a^2b^2c^2-a^2c^4+b^6-b^4c^2-b^2c^4+c^6=0$$

が成り立つことはこの三角形が直角三角形であるための $\boxed{エ}$。

(2) 関数 $f(x)=4x^3-30x^2+48x-13$ の $0 \leqq x \leqq 5$ における最大値と最小値の差は $\boxed{オカ}$ である。

(3) A，B，C，D，E，F，G，H，I の 9 人をくじ引きで 4 人，3 人，2 人のグループに分ける。

A，B，C が 3 人とも異なるグループに分かれる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

(4) 63，294，a の最大公約数が 21，最小公倍数が 9702 である。このような正の整数 a の最小値は $\boxed{ケコサ}$ である。

(5) 25 名を対象として試験を実施したところ，5 名が 40 (点)，10 名が 60 (点)，10 名が 100 (点) であった。この試験の平均値は $\boxed{シス}$ (点)，標準偏差は $\boxed{セソ}$ (点) である。

(6) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=100$，$a_{n+1}=-a_n+n$ を満たす。$a_{50}=\boxed{タチツ}$，$a_{51}=\boxed{テトナ}$ である。

(7) 原点を O とする xy 平面上に 3 点 A$(2,-1)$，B$(-1,3)$，C$(4,2)$ がある。

$0 \leqq p \leqq 1$，$0 \leqq q \leqq 1$，$0 \leqq r \leqq 1$ に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=p\overrightarrow{\mathrm{OA}}+q\overrightarrow{\mathrm{OB}}+r\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

を満たす点 P の存在しうる領域の面積は $\boxed{ニヌ}$ である。

(8) 複素数平面上の原点にない異なる 3 点 A(α)，B(β)，C(γ) に対して，

$$(5\sqrt{3}+5i)\alpha+(1-5\sqrt{3}-5i)\beta-\gamma=0,\ |\alpha-\beta|=4$$

が成り立つとき，△ABC の面積は $\boxed{ネノ}$ である。ただし i は虚数単位である。

(9) $\displaystyle\int_{-3}^{3} x(x+\cos^3 x)dx=\boxed{ハヒ}$ である。

数　学（その２）

問題２

m, n を１より大きい整数とするとき，n^m は連続する n 個の奇数の和で表されることを示せ。

数　学（その３）

問題３

xy 平面上の曲線 $C: y = 2x^2 - x^3$ と直線 $\ell: y = mx$（m は実数）に対して以下の問いに答えよ。

(1) 曲線 C と直線 ℓ の共有点の個数を調べよ。

(2) 共有点の個数が 2 つ以上のとき，曲線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積が最小になる m の値と，そのときの面積を求めよ。