※学士は設問【１】は必須、
【２】又は【３】のいずれか
１問を選択

試験時間 80分

注意事項
1. 数学(一般)の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【２】,【３】は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ。

(1) １辺の長さが４の正四面体 ABCD において，辺 BC の中点を E とおく。動点 P は $\mathrm{PE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{AE}$ を満たしながら△AED の内部および周上を動くものとし，$\angle\mathrm{PED} = \theta$ とおく。このとき $\overrightarrow{\mathrm{PB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PC}} = \boxed{\text{ア}}$ である。また，$\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PD}}$ を θ を用いて表すと $\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PD}} = \boxed{\text{イ}}$ であり，その最大値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。$\overrightarrow{\mathrm{PC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PD}}$ が最大となるときの点 P と平面 ACD の距離は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) i を虚数単位とし，$z_1 = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^{17}}{(1+i)^{19}(1-\sqrt{3}\,i)^7}$，$z_2 = -1+i$ とする。z_1 の偏角 θ のうち $0 \leqq \theta < 2\pi$ を満たすものは $\theta = \boxed{\text{オ}}$ であり，$|z_1| = \boxed{\text{カ}}$ である。複素数平面上で z_1，z_2 を表す点をそれぞれ A，B とする。このとき線分 AB を１辺とする正三角形 ABC の，頂点 C を表す複素数の実部は 0 または $\boxed{\text{キ}}$ である。

a，b を正の整数とし，複素数 $\dfrac{(\sqrt{3}+i)^7}{(1+i)^a(1-\sqrt{3}\,i)^b}$ の偏角の１つが $\dfrac{\pi}{12}$ であるとき，$a+b$ の最小値は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $f(\theta) = 2\cos\theta(\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta)$ の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。$g(x, y) = \dfrac{2\sqrt{3}\,xy + 2x^2}{x^4 + 2x^2y^2 + y^4 + 1}$ について考える。a を正の定数とし，点 (x, y) が円 $x^2 + y^2 = a^2$ 上を動くとき，$g(x, y)$ の最大値は a を用いて $\boxed{\text{コ}}$ と表される。また，点 (x, y) が xy 平面全体を動くとき，$g(x, y)$ の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(4) 関数 $f(x)$ は微分可能であり，すべての実数 x について $f(x) = e^{2x+1} + 4\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt$ を満たすとする。関数 $g(x)$ を $g(x) = e^{-4x}f(x)$ により定めるとき，$g'(x) = \boxed{\text{シ}}$ であり，$f(x) = \boxed{\text{ス}}$ である。また，曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに１回転してできる回転体の体積は $\boxed{\text{セ}}$ である。

【2】 n を正の整数とし，１，２，３，４，５，６の６個の数字から同じ数字をくり返し用いることを許して n 桁の整数をつくる。このような整数のうち，１が奇数個用いられるものの総数を A_n，それ以外のものの総数を B_n とする。また，１と６がいずれも奇数個用いられるものの総数を C_n とする。次の問に答えよ。

(1) A_4 を求めよ。

(2) 正の整数 n に対して，A_{n+1} を A_n と B_n を用いて表せ。

(3) 正の整数 n に対して，A_n と B_n を求めよ。

(4) p を定数とする。$X_1 = p$，$X_{n+1} = 2X_n + 6^n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定められる数列を $\{X_n\}$ とする。正の整数 n に対して，X_n を n と p を用いて表せ。

(5) 正の整数 n に対して，C_n を求めよ。

【3】 関数 $f(x) = x^5 - 2x^3 + 9x$ について考える。実数 t に対して，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線と x 軸の交点の x 座標を $g(t)$ とおく。また，正の実数 t に対して $h(t) = \dfrac{g(t)}{t}$ とおく。次の問に答えよ。

(1) $g(t)$ を求めよ。

(2) $h'(t) = 0$ を満たす正の実数 t を求めよ。

(3) 実数 p は，すべての正の実数 t に対して $|h(t)| \leqq p$ を満たすとする。このような p の最小値を求めよ。

(4) a を定数とする。$a_1 = a$，$a_{n+1} = g(a_n)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ に対して，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ となることを示せ。