

2020 年度入学試験問題(後期)

数 学 (問 題)

注 意

- 1) 数学の問題冊子は4ページあり, 問題はI, II, III, IVの4題である。
- 2) 別に解答用紙1枚があり, 解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。
指定欄以外への記入はすべて無効である。なお, 指示があれば指定欄には解答を求める過程も記述すること。計算や下書きは問題冊子の白紙・空白部分を利用して行うこと。
- 3) 解答用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
なお, 記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は, 数学の試験が無効となる。
また, ※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 問題冊子は持ち帰ること。
- 5) 解答用紙を持ち出してはならない。
- 6) 試験終了時には, 解答用紙を裏返しておくこと。解答用紙の回収後, 監督者の指示に従い退出すること。

2020 年度一般入学試験（後期）

数 学（問題） 訂正

1 ページ I(3)

誤 $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$ とき, …

↓

正 $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$ とするとき, …

【問題文に とする を追加】

I (1)~(3)の の中に、あてはまる数、角度、整式、不等式、記号、語句などを記入せよ。

(1) $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、関数 $y = 4\sqrt{2} \cos \theta \sin \theta - 4 \cos \theta - 4 \sin \theta$ は $\theta =$ ア のときに最大値 イ をとり、 $\theta =$ ウ のときに最小値 エ をとる。

(2) $3x^2 + xy - 2y^2 - x + 4y - 2$ を因数分解すると、 オ である。
 $3x^2 + xy - 2y^2 - x + 4y - 4 = 0$ を満たす整数 x, y の値の組をすべて求めると、 $(x, y) =$ カ となる。

(3) $f(x) = (x^2 + 3x + 1)e^{-x}$ とき、 $f'(x) =$ キ である。 k を実数とするとき、 x の方程式 $ke^x = x^2 + 3x + 1$ が、異なる3つの実数解を持つための k の条件は ク である。

Ⅱ 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$$a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} = 10a_{n+1} + 51a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の設問に答えよ。なお、(2)、(3)の設問は解答を求める過程も記述すること。

(1) a_3, a_4, a_5 を求めよ。(答えだけを指定欄に記入すること。)

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) a_n を 10 で割った余りを b_n とする。 m を正の整数として $\sum_{k=1}^{2m} b_k$ を求めよ。

Ⅲ O を原点とする座標空間に 4 点 $A(5, 2, -5)$, $B(7, 4, -4)$,

$C(-5, 10, -1)$, $D(1, 10, -4)$ がある。点 A と点 B を通る直線を l , 点 C と点 D を通る直線を m とする。 l 上の点 P を \overrightarrow{OP} の大きさが最小となるように定める。また l 上の点 Q と m 上の点 R を, 直線 QR が直線 l と m のいずれにも直交するようにとる。さらに原点 O から $\triangle PQR$ を含む平面に垂線を下ろし, その平面との交点を H とする。以下の設問に答えよ。

- (1) 点 P , Q , R , H の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) 線分 OP , PQ , QR , OH の長さをそれぞれ求めよ。
- (3) $\triangle PQR$ の面積と四面体 $OPQR$ の体積を求めよ。

IV a, r を定数とする。 xy 平面上に $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 + a$ で表される曲線 C と、 x 軸と y 軸に接している半径 r の円 D がある。いま、曲線 C と円 D がただ1つの共有点を持ち、その共有点の x 座標が1であるとき、 a と r の値の組をすべて求めよ。

なお、解答を求める過程も記述すること。