

2020 年度一般入学試験(前期)

理 科 (問 題)

注 意

- 1) 理科の問題冊子は全部で 43 ページあり，問題数は，物理 4 問，化学 4 問，生物 4 問である。白紙・余白の部分は計算・下書きに使用してよい。
- 2) 別に解答用紙が 3 枚ある。解答はすべてこの解答用紙の指定欄に記入すること。指定欄以外への記入はすべて無効である。
- 3) 解答用紙の所定欄に次のとおり受験番号を記入しなさい。氏名を記入してはならない。
 - ・ 一般入試のみを志願する受験者は一般の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 併用入試のみを志願する受験者は併用の欄に受験番号を記入する。
 - ・ 一般入試と併用入試の両方を志願する受験者は一般と併用の両方の欄にそれぞれの受験番号を記入する。
 なお，記入した受験番号が誤っている場合や無記入の場合は，当該科目の試験が無効となる。
 また，※印の欄には何も記入してはならない。
- 4) 理科は物理・化学・生物のうち 2 科目を選択して解答すること。選択しない科目の解答用紙には(受験番号は忘れず記入の上)用紙全体に大きく×印をつけて，選択しなかったことがはっきりと分かるようにすること。
- 5) 3 科目全部にわたって解答したもの，および解答用紙 3 枚のうち 1 枚に×印のないものは，理科の試験全部が無効となる。
- 6) 問題冊子は持ち帰ること。
- 7) 解答用紙は持ち出してはならない。
- 8) 試験終了時には，解答用紙を裏返して，下から順に物理，化学，生物の解答用紙を重ねて置くこと。解答用紙の回収後，監督者の指示に従い退出すること。

物 理 (前期)

I 水の入ったビーカーを台はかりの上へのせ、台はかりの表示を、この状態で 0 となるように調整した。ここで、図のように、水より密度の大きな材質でできた小球の全体を水中に沈め、時刻 $t = 0$ で静かに放すと、小球は鉛直下方に運動を始めた。この運動について以下の問に答えよ。この小球が水中を速さ v で運動するときには、 k を比例定数として大きさ kv の抵抗力を水から受けるとする。水の密度を ρ_0 、小球の材質の密度を ρ ($\rho > \rho_0$)、小球の体積を V 、重力加速度の大きさを g とする。途中の考え方も記せ。

問 1 小球を水中で放した直後に、小球が持つ加速度の大きさと、台はかりが検出する力の大きさをそれぞれ求めよ。

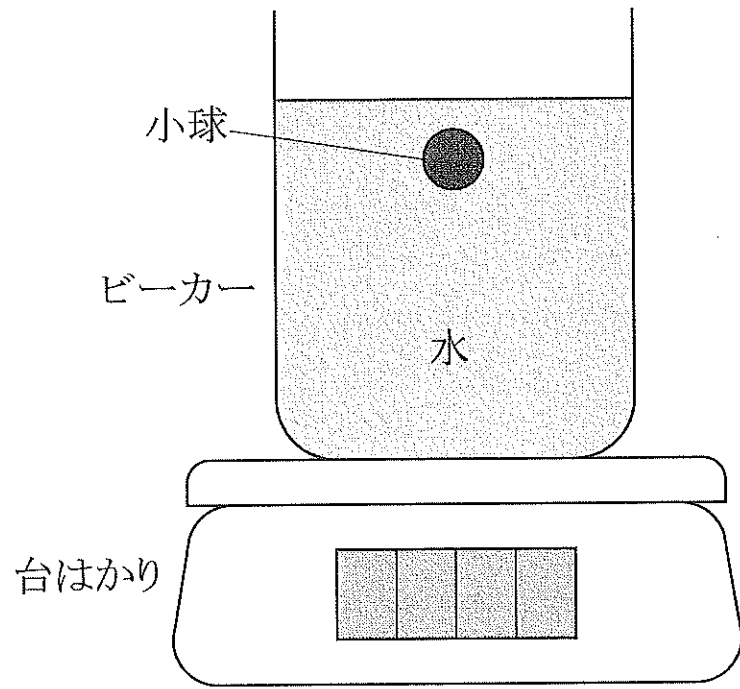
時刻 $t = t_1$ のとき ($t_1 > 0$)、小球は下方に運動中であり、その速さはある一定の大きさに到達していた。

問 2 このときの小球の速さはいくらか。

問 3 このときに、台はかりが検出する力の大きさはいくらか。

問 4 小球に作用するすべての力の合力の大きさ F が、 $0 \leq t \leq t_1$ の間に示す変化の概形を、解答用紙のグラフに示し、縦軸にその最大値を記入せよ。また、 $0 \leq t \leq t_1$ の範囲で、描いた曲線と t 軸とで挟まれた部分の面積を求めよ。

問 5 やがて小球はビーカーの底に接触し、静止した。小球が静止した後で台はかりが検出する力の大きさはいくらか。



II 電気信号を伝える長いケーブル上の電位を考えるために、ケーブルを図1のような回路 C_n とみなす。ここで C_n は抵抗値が R と R' の抵抗からなる部分 $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ n 個を起電力 V の電源とつないだ回路である。 n はじゅうぶんに大きい。以下の問に答えよ。途中の考え方も記せ。

問 1 C_n の X_2 から X_n のすべての抵抗を合成したものを一つの抵抗 R_1 とみなす。 R_1 の抵抗値を R_1 とする。このとき C_n は、図2のように、 R_1 と X_1 および電源からなる回路 C_1 とみなせる。 a_0b_0 間の抵抗はいくらか、 R_1 を用いて表わせ。また、 a_1b_1 間の電位差を V_1 とするとき、 V_1 を求めよ。

問 2 さらに、 X_3 から X_n のすべての抵抗を合成したものを一つの抵抗 R_2 とみなすことで、 C_n は、図3のように、 R_2 と X_1, X_2 および電源からなる回路 C_2 とみなせる。 R_2 の抵抗値を R_2 とする。 R_1 を、 R_2 を用いて表わせ。また、 a_2b_2 間の電位差を V_2 とすると $\frac{V_2}{V_1}$ はいくらか。 R_2 を用いて表わせ。

問 3 n がじゅうぶんに大きいので、 R_1 と R_2 は同じ抵抗値 R_∞ とみなせる。 R_∞ を求めよ。

問 4 図1のように、左から m 番目の X_m の $a_m b_m$ 間の電位差を V , R , R' , R_∞ を用いて表わせ。ただし m は n よりじゅうぶんに小さいとする。

回路 C_n

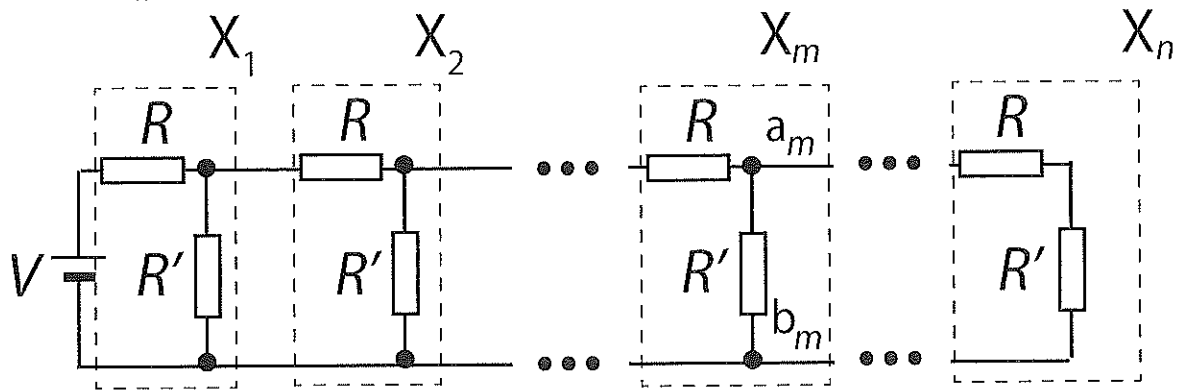


图 1

回路 C_1

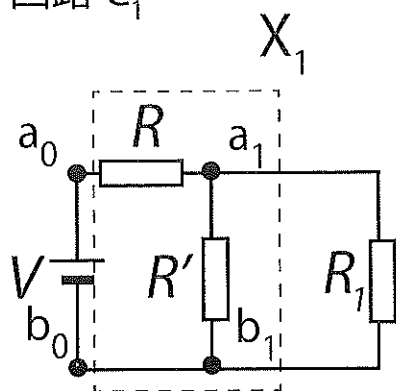


图 2

回路 C_2

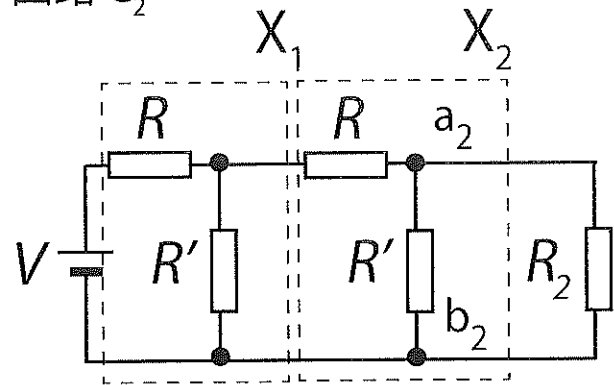


图 3

Ⅲ オランダの織物商だったアントニ・ファン・レーウェンフックは、歴史上初めて自作の顕微鏡を使って水の中の微生物や細菌(バクテリア)を観察した。レーウェンフックの顕微鏡は、直径 1 mm 程度の球形のレンズ 1 個を用いた顕微鏡である。この顕微鏡の焦点距離と倍率を次の手順で求める。

図のような空気(屈折率 1)中に置かれた、屈折率が 1 より大きく、半径が R の球形(中心点 O)のレンズに、光軸に平行に光が入射する。入射した光のうち、レンズ上の点 A でレンズの中へ入り、点 B で再び空気中を進み光軸上の点 C へ達する光について考える。点 A での入射角を θ 、屈折角を ϕ とすると、 $\angle BOC =$ と表される。点 B から光軸へ下した垂線と光軸との交点を点 D とすると、 $\overline{DO} =$, $\overline{BD} =$ となるので、 $\overline{CD} =$ と与えられる。よって、焦点距離 f は、 $f = \overline{DO} + \overline{CD}$ として与えられる。

光軸からあまり離れていない光について考える。このとき、 θ と ϕ はじゅうぶん小さい角度となる。角度 x がじゅうぶん小さいとき $\sin x \doteq x$, $\tan x \doteq x$, $\cos x \doteq 1$ という近似が成立する。この近似を用いると、 $f =$ となる。同様に、レンズの屈折率が n であるとき、この近似を用いると、 $n =$ という関係式が得られる。よって、 f は R と n を用い、 と求められる。

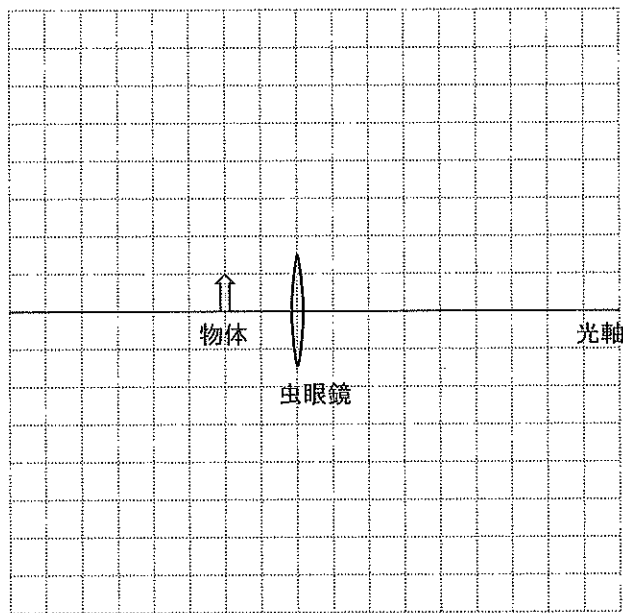
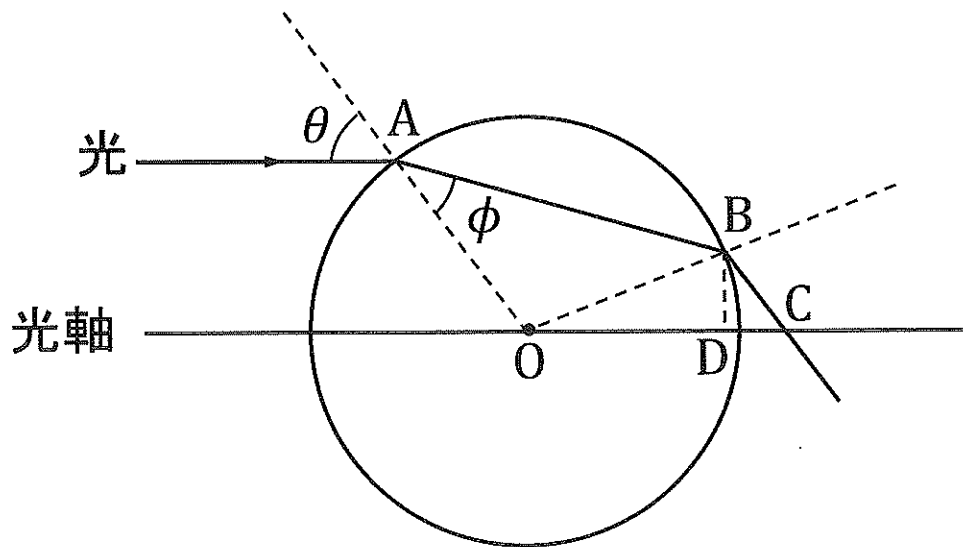
レーウェンフックの顕微鏡の結像の原理は、虫眼鏡と同じである。物体をレンズの中心から f だけ離れた位置に眼を置いて観察したとき、眼から $L (> f)$ だけ離れた位置にできる虚像の倍率は、 f を用い と求められる。 L は、ヒトが無理せず物体をはっきりと見ることができる距離で、明視の距離(明視距離)という。明視の距離は一般に約 25 cm とされている。

問 1 文中のア～クの空欄に最も適した文字式をそれぞれの解答欄に記入せよ。角度の単位は弧度法によるものである。

問 2 物体を虫眼鏡の中心から焦点距離だけ離れた位置で観察したときできる虚像を作図せよ。虫眼鏡のレンズは薄い。作図は所定の解答欄内で行い、以下に示す①～③の全ての条件を満たすように行うこと。定規の使用は自由とする。

- ① 虫眼鏡の焦点の位置を自分で決め、×印ではっきりと図示する。
- ② 補助的に使用した線も示す。
- ③ 虚像は矢印(↑)を用い上下が分かるようにはっきりと図示する。

問 3 明視の距離が 25 cm であるとき、直径 1.0 mm、屈折率 1.5 の球形レンズを用いたレーウエンフックの顕微鏡の焦点距離はいくらか。また、球体レンズの中心から焦点距離だけ離れた位置に眼を置いて観察したときの倍率はいくらか。



下書き用図

IV 文中の1~12の空欄に最も適した文字式をそれぞれの解答欄に記入せよ。

キログラムは、人工物である国際キログラム原器の質量で定められる単位であったが、国際度量衡委員会による基本単位の改定により、2019年5月20日より、プランク定数 h で定義される単位となった。

質量とエネルギーの等価性より、静止質量 M と等価なエネルギーを持つ光子の振動数は、光速 c を用いると、 と表される。 c と h が不確かさのない定数として定義されれば、キログラムは、「振動数が ヘルツの光子のエネルギーと等価な質量」と定義することができる。 c は、1983年に不確かさのない定数と定義されている。今回、 h が高い精度で測定できたのでこの改定が実現した。 h の測定精度の検証にはアボガドロ数 N_A が用いられた。 h と N_A の間には厳密な関係式が成立する。 N_A を精密に測定することで決定した h と、他の方法で決定した h を比較し、 h の定義値は次のように定められた。

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

h と N_A の間に成立する関係式を以下の手順で導出してみよう。

真空状態のガラス管に水素ガスを入れ、ガラス管の両端にある電極に高い電圧をかけるとガラス管の中が光る。この光の波長を、分光計を用いて調べたところ、特定の波長のところに飛び飛びの明るい線(線スペクトル)がみられた。バルマーは、これらの波長 λ と輝線の並びに規則性を見出した。その後、赤外線や紫外線領域でも別の線スペクトルが発見され、これら全ての輝線の並びの規則性がリュードベリにより、次式のようにまとめられた。

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \left(\begin{array}{l} n = 1, 2, 3, \dots \\ n' = n + 1, n + 2, n + 3, \dots \end{array} \right) \quad (1)$$

ここで、 R はリュードベリ定数といい、測定可能な普遍的な値である。

ボーアは水素原子の構造を研究し、(1)式を以下のように導出した。 $-e$ の電気量と m の質量をもつ電子が、水素の原子核のまわりを速さ v 、半径 r の等速円運動をしているとする。真空中でのクーロンの法則の比例定数を k_0 とすると、原子核のまわりを回転する電子は、原子核から大きさ の静電気力を受ける。したがって、電子の円運動の運動方程式は次のようになる。

$$\boxed{4} = \boxed{3} \quad (2)$$

電子の全エネルギー E は、運動エネルギーと静電気力による位置エネルギーの和として与えられ、無限遠を位置エネルギーの基準にとると、次のようになる。

$$E = -k_0 \boxed{5} \quad (3)$$

電子が安定な定常状態にあるとき、正の整数 n を用いると、量子条件より、

$$2\pi r = \boxed{6} n \quad (4)$$

という関係式を得る。このとき、(2)式と(4)式より、 r と v は次のように求められる。

$$r = \boxed{7} n^2 \quad (5)$$

$$v = \boxed{8} \frac{1}{n} \quad (6)$$

したがって、 n 番目の定常状態にある電子の全エネルギー E_n は次式のようになる。

$$E_n = \boxed{9} \frac{1}{n^2} \quad (7)$$

電子が、 $E_{n'}$ のエネルギー状態から E_n のエネルギー状態へ移るとき放出される光の波長を λ とすると、振動数条件より、

$$\frac{1}{\lambda} = \boxed{10} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (8)$$

となる。したがって、(1)式と(8)式を見比べると、 R は次式のように与えられる。

$$R = \boxed{10} \quad (9)$$

基底状態 ($n = 1$) での電子の速さと光速の比を α とおくと、

$$\alpha = \frac{v}{c} = \boxed{11} \quad (10)$$

と表され、高い精度で測定することができる。今回の基本単位の定義の改定により k_0 は定数から測定量となる。(10)式を用い(9)式から k_0 を消去し整理すると電子の質量は、 $m = \boxed{12} h$ と表すことができる。よって、電子 1 mol 分の質量を M_e とおくと、 N_A と h の間には以下の関係式が成立する。

$$N_A = \frac{M_e}{\boxed{12} h}$$