$\boxed{1}$　3個のさいころ A，B，C を同時に投げるとき，出る目をそれぞれ a, b, c とする。これらの値に対して，式 $T = \sin\dfrac{\pi a}{6} + b\cos\dfrac{\pi c}{3}$ を考える。

（1）T が最大になるとき，$T = \boxed{ア}$ であり，T が最小になるとき，$T = -\boxed{イ}$ である。

（2）$T = 0$ になる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオカ}}$ である。

（3）T の値が正の偶数になる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である。

（4）$T < 3 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ になる確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。

$\boxed{2}$　曲線 $C : y = x^3 - 9x$ 上の点 $A(1, -8)$ における接線を ℓ_1 とする。また，ℓ_1 と平行な直線で，A と異なる点 B で C と接する直線を ℓ_2 とする。

（1）ℓ_1 の方程式は $y = -\boxed{シ}\,x - \boxed{ス}$ であり，C と ℓ_1 の共有点のうち，A と異なる点を P とするとき，P の座標は $\left(-\boxed{セ},\ \boxed{ソタ}\right)$ である。

（2）ℓ_2 の方程式は $y = -\boxed{チ}\,x + \boxed{ツ}$ であり，B の座標は $\left(-\boxed{テ},\ \boxed{ト}\right)$ である。また，C と ℓ_2 の共有点のうち，B と異なる点を Q とするとき，Q の座標は $\left(\boxed{ナ},\ -\boxed{ニヌ}\right)$ である。

（3）四角形 APBQ の面積を S_1 とするとき，$S_1 = \boxed{ネノ}$ である。

（4）C と ℓ_1 で囲まれた部分の面積を S_2 とするとき，$S_2 = \dfrac{\boxed{ハヒ}}{\boxed{フ}}$ である。また，C と ℓ_2 で囲まれた部分の面積を S_3 とするとき，$S_3 = \dfrac{\boxed{ヘホ}}{\boxed{マ}}$ である。

（5）（3），（4）で求めた面積について，$\dfrac{S_1}{S_2 + S_3} = \dfrac{\boxed{ミ}}{\boxed{ム}}$ である。

$\boxed{3}$ $\triangle \mathrm{OA_1B_1}$ において，辺 $\mathrm{OA_1}$ 上の点の列 $\mathrm{A_2}, \mathrm{A_3}, \cdots$ および辺 $\mathrm{OB_1}$ 上の点の列 $\mathrm{B_2}, \mathrm{B_3}, \cdots$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}_{n+1}} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{OA}_n}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}_{n+1}} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OB}_n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ によって定める。辺 $\mathrm{A_1B_1}$ の中点を $\mathrm{P_1}$ とし，線分 $\mathrm{OP_1}$ と線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ の共有点を P_n $(n = 2, 3, 4, \cdots)$ とする。

このとき，$\mathrm{A}_n\mathrm{P}_n : \mathrm{P}_n\mathrm{B}_n = s_n : 1 - s_n$ とすると，$s_2 = \dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$，$s_3 = \dfrac{\boxed{\text{ヤユ}}}{\boxed{\text{ヨラ}}}$ であり，

$$s_n = \frac{\boxed{\text{リ}}^{\,n-1}}{\boxed{\text{ル}}^{\,n-1} + \boxed{\text{レ}}^{\,n-1}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{ル}} < \boxed{\text{レ}}$ とする。

$\boxed{4}$ a, b, c を定数とする。曲線 $C_1 : x^2 - 2y + a = 0$ と直線 $\ell : x - y + 3 = 0$ が点 P で接するとき，$a = \boxed{\text{ロ}}$ であり，P の座標は $\left(\boxed{\text{ワ}}, \boxed{\text{ヲ}}\right)$ である。さらに，ℓ が点 P で曲線 $C_2 : bx - y^2 + 4y - c = 0$ に接するとき，$b = \boxed{\text{あ}}$，$c = \boxed{\text{い}}$ である。このとき，C_2 と ℓ および y 軸で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{う}}}{\boxed{\text{え}}}$ である。次に，C_1 と C_2 および y 軸で囲まれた部分を D とする。D を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{おか}}}{\boxed{\text{きく}}}\pi$ であり，D を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{け}}}{\boxed{\text{こさ}}}\pi$ である。