入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　　学

令和2年1月27日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き10ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つ選べ。

1 整式 $4x^3-3x^2+2x-1$ を整式 $2x-1$ で割るとき，商が ax^2+bx+c，余りが d となるとする。$a+b+c+d$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

2 $x(y+z)=35$，$y(z+x)=32$，$z(x+y)=27$ のとき，$\dfrac{(xyz)^2}{400}$ の値を求めよ。（x，y，z は実数とする）

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

3 x，y は自然数とする（$x \geqq 5$，$y \geqq 3$）。
$1+\log_x(y-2)=4\log_{x^2}2+3\log_{x^3}(y+6)$ が成立するとき，
$|x-y|$ の最小値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

4 関数$f(x) = a\cos^2 x + (a-b)\sin x\cos x + b\sin^2 x$の最大値が$3+\sqrt{7}$，最小値が$3-\sqrt{7}$となるとき，$a+b$の値を求めよ。（$a$，$b$は実数，$a \fallingdotseq b$）

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

5 座標平面上において，直線L1：$y=1$と直線L1上の点A$(t, 1)$$(t>0)$と原点Oを結ぶ線分OAの垂直二等分線をL2とする。線分OAの中点をB，直線L2とx軸との交点をCとする。△OBCの面積が1となるとき，tの値は異なる2つの実数α，$\beta$$(\beta > \alpha > 0)$の値をとる。$\alpha + \beta$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

6 座標平面上の3点A$(1, 0)$，B$(\frac{3}{2}, 0)$，C$(0, 1)$を頂点とする△ABCと直線ℓ：$y=mx$（mは正の実数）について考える。△ABCの面積が，直線ℓによって二等分されるとき，$9m$の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

7 四角形ABCDは，円に内接する。$\mathrm{AB}=1$，$\mathrm{BC}=2$，$\mathrm{CD}=3$，$\mathrm{DA}=4$ を満たすとき，四角形ABCDの面積を S とする。$\dfrac{\sqrt{6}}{2}S$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

8 複素数 $Z=\dfrac{(1+i)^3(a-i)^2}{\sqrt{2}\,(a-3i)^2}\left(i^2=-1,\ |Z|=\dfrac{2}{3}\right)$（$a$ は実数）について考える。Z^n が実数となる自然数 n の最小値を m とするとき，$\dfrac{m}{2}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

9 3次方程式 $x^3+(2a^2-1)x^2-(5a^2-4a)x+3a^2-4a=0$（$a$ は実数）が実数の2重解をもつとき，a のとりうる値の和を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

10 $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{10}$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{6}$, $\vec{a}+\vec{b}$ と $\vec{a}-\vec{b}$ のなす角が $60°$ であるとする。
$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ としたとき，$|7\cos\theta|$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10の数字が書かれている10枚のカードから異なる3枚のカードを選ぶこととする。選んだカードの数字の積が奇数となる確率を P，選んだカードの数字の積が4の倍数となる確率を Q とする。
$\dfrac{Q}{P}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 楕円C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0,\ a,\ b$ は実数，$a \fallingdotseq b)$ と
直線 $\ell : x=t(-a<t<a)$ について考える。
楕円Cと直線 ℓ の2つの交点をP，Qとし，点Aの座標を $(-a,\ 0)$ と定める。
A，P，Qの各点を頂点とする三角形の面積の最大値を M とする。$\dfrac{4\sqrt{3}}{ab}M$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 曲線C：$y = 5\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + \sqrt{2}k$ $(0 \leqq x \leqq 2\pi)$（kは正の実数）について考える。曲線Cとx軸が接するとき，kの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 円C1：$x^2 + y^2 = 1$と曲線C2：$y = x^2 - 2$について考える。
円C1上の点P(α, β) $(\alpha \geqq 0, \alpha \neq 1)$における円C1の接線と曲線C2で囲まれた図形の面積の最小値をmとする。$4m^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 $I=\int_0^{2\pi} e^{3x}\sin kx dx$（$k$ は自然数）について考える。

$S=e^{6\pi}+\lim_{k\to\infty} kI$ とするとき，S の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 曲線 C：$\sqrt{\dfrac{x}{6}}+\sqrt{\dfrac{y}{4}}=1$（$x$，$y$ は実数，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$）について考える。

曲線 C と x 軸と y 軸で囲まれた図形の面積を S とする。S の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題 17～21)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

曲線 $C_k : y = e^{-kx}$ (k は自然数，x は正の実数)について考える。曲線 C_k 上の点 $P_k(t,\ e^{-kt})$ （t は正の実数)における曲線 C_k の接線を L_k とし，L_k と x 軸との交点を A_k，L_k と y 軸との交点を B_k とする。(原点を O とする)

I　$k = 1$ のとき，$\triangle OA_1B_1$ の面積は，$t = \boxed{17}$ で最大値 $\boxed{18}$ となる。

$\boxed{17}$

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

$\boxed{18}$

㋐ $\dfrac{1}{e}$	㋕ $\dfrac{2}{e}$	㋚ $\dfrac{3}{e}$	㋟ $\dfrac{4}{e}$	㋤ $\dfrac{5}{e}$
㋩ $\dfrac{1}{2e}$	㋮ $\dfrac{3}{2e}$	㋳ $\dfrac{2}{3e}$	㋶ $\dfrac{5}{3e}$	㋻ $\dfrac{7}{3e}$

Ⅱ　$\triangle OA_kB_k$ の面積は，$t = \boxed{19}$ のとき，最大値 $\boxed{20}$ をとる。

$\boxed{19}$

㋐ $\dfrac{1}{k^2}$　㋕ $\dfrac{2}{k^2}$　㋚ $\dfrac{3}{k^2}$　㋟ $\dfrac{1}{2k^2}$　㋤ $\dfrac{3}{2k^2}$

㋩ $\dfrac{1}{2k}$　㋮ $\dfrac{3}{2k}$　㋳ $\dfrac{1}{k}$　㋶ $\dfrac{2}{k}$　㋻ $\dfrac{3}{k}$

$\boxed{20}$

㋐ $\dfrac{1}{k^2e}$　㋕ $\dfrac{2}{k^2e}$　㋚ $\dfrac{3}{k^2e}$　㋟ $\dfrac{1}{2k^2e}$　㋤ $\dfrac{3}{2k^2e}$

㋩ $\dfrac{1}{2ke}$　㋮ $\dfrac{3}{2ke}$　㋳ $\dfrac{1}{ke}$　㋶ $\dfrac{2}{ke}$　㋻ $\dfrac{3}{ke}$

Ⅲ　$\triangle OA_kB_k$ の面積の最大値を S_k とする。
無限級数 $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} S_k$ は，$\boxed{21}$ することになる。

$\boxed{21}$

㋐ $\dfrac{\log 2}{e}$ に収束　㋕ $\dfrac{\log 3}{e}$ に収束　㋚ $\dfrac{\log 4}{e}$ に収束

㋟ $\dfrac{\log 2}{2e}$ に収束　㋤ $\dfrac{\log 3}{2e}$ に収束　㋩ 発　散

㋮ $\dfrac{\log 2}{e^2}$ に収束　㋳ $\dfrac{2\log 2}{e^2}$ に収束　㋶ $\dfrac{3\log 2}{e^2}$ に収束

㋻ $\dfrac{4\log 2}{e^2}$ に収束

次の文章を読み，以下の問い(問題22～25)に対する選択肢から最も適当なものを一つ選べ。

kを0以上の整数とする。3つの不等式$y \leqq -\frac{x}{2}+k$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$を満たす整数x，yの組(x, y)の個数を$f(k)$と表記する。

Ⅰ　$f(0)=\boxed{22}$となる。

22

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅱ　$f(3)=f(2)+R$であるとき，Rは$\boxed{23}$となる。

23

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

Ⅲ　$f(k)=f(k-1)+S$であるとき，Sは$\boxed{24}$となる。(kは1以上の整数とする。)

24

㋐　k	㋕　$2k$	㋚　$3k$	㋟　$k+1$	㋤　$k+2$
㋩　$2k+1$	㋮　$2k+2$	㋳　$2k+3$	㋶　$3k+2$	㋻　$4k+3$

Ⅳ $f(k)=$ $\boxed{25}$ と表すことができる。

$\boxed{25}$

㋐ k^2 ㋕ $2k^2$ ㋚ $3k^2$ ㋟ $(k+1)^2$

㋤ $2(k+1)^2$ ㋩ $3(k+1)^2$ ㋮ $(k+2)^2$ ㋳ $2(k+2)^2$

㋶ $3(k+2)^2$ ㋻ $(k+3)^2$