令和２年度

９時００分～１０時３０分

数　学

問題冊子	３～９頁
解答用紙	１頁

注　意　事　項

１．試験開始の合図［チャイム］があるまで、この注意をよく読むこと。
２．試験開始の合図［チャイム］があるまで、問題冊子ならびに解答用紙は開かないこと。
３．試験開始の合図［チャイム］の後に問題冊子ならびに解答用紙の全ページの所定の欄に受験番号と氏名を記入すること。
４．解答はかならず定められた解答用紙を用い、それぞれ定められた位置に問題の指示に従って記入すること。また、解答用紙に解答以外のことを書かないこと。
５．解答はすべて黒鉛筆を用いてはっきりと読みやすく書くこと。
６．問題冊子の余白および裏面を計算に利用してもよい。
７．質問は文字が不鮮明なときに限り受け付ける。
８．問題冊子に、落丁や乱丁があるときは手を挙げて交換を求めること。
９．試験開始６０分以内および試験終了前１０分間は、退場を認めない。
１０．試験終了の合図［チャイム］があったとき、ただちに筆記用具を置くこと。
１１．試験終了の合図［チャイム］の後は、問題冊子ならびに解答用紙はいずれも表紙を上にして、通路側から解答用紙、問題冊子の順に並べて置くこと。いっさい持ち帰ってはならない。なお、途中退場の場合は、すべて裏返しにして置くこと。
１２．その他、監督者の指示に従うこと。

受験番号		氏　名	

$\boxed{1}$ 以下の設問 (1)〜(3) の $\boxed{ア}$ 〜 $\boxed{ク}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) 2020 の約数は全部で $\boxed{ア}$ 個あり，それらの和は $\boxed{イ}$ である.

(2) 空間内に点 O(0, 0, 0), A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1), D(1, 1, 1)がある. 3 点 A, B, C の定める平面と線分 OD との共有点を E とするとき，OE : ED を最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{ウ}$: $\boxed{エ}$ である.

(3) 曲線 $C : y = |2x^2 - 2x|$ と直線 $y = 2ax$ (a は実数の定数) が異なる 3 つの共有点をもつとする. 共有点を x 座標の小さい順に P, Q, R とするとき，P, Q, R の x 座標はそれぞれ $\boxed{オ}$, $\boxed{カ}$, $\boxed{キ}$ である. 曲線 C および線分 PQ で囲まれた部分と，曲線 C および線分 QR で囲まれた部分の面積が等しくなるのは，a = $\boxed{ク}$ のとき

$\boxed{2}$ $z^5=1$ を満たす虚数(実数でない複素数)で偏角が最小のものを z_1 $(0 \leqq \arg z_1 < 2\pi)$,

$z^5=-1$ を満たす虚数で偏角が最小のものを z_2 $(0 \leqq \arg z_2 < 2\pi)$ とする.

以下の設問 (1), (4) の $\boxed{\text{ケ}}$ ～ $\boxed{\text{ス}}$ にあてはまる適切な数と設問(2), (3), (5) に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ.

(1) z_1 を極形式で表すと $z_1 = \boxed{\text{ケ}}\left(\cos \boxed{\text{コ}} + i\sin \boxed{\text{コ}}\right)$

であり, $z_1 + \dfrac{1}{z_1} = \boxed{\text{サ}} \cos \boxed{\text{コ}}$ である.

(2) 次の①～⑤の式のうち正しいものを<u>すべて</u>選び, その番号を答えよ.

① $z_1^2 = z_2$ ② $z_1^3 + z_2 = 0$ ③ $z_1 = z_2^2$ ④ $z_1^3 z_2^4 = 1$ ⑤ $z_1^4 - z_2^3 = 0$

(3) 次の $\boxed{\text{a}}$, $\boxed{\text{b}}$ にあてはまる適切な2次方程式を下の①～⑥から選び, その番号を答えよ. ただし, 同じ番号を繰り返し選んでもよい.

$x_1 = z_1 + \dfrac{1}{z_1}$ とおく. $z_1^5 = 1$ であるから, x_1 は2次方程式 $\boxed{\text{a}}$ の解である.

$x_2 = z_2 + \dfrac{1}{z_2}$ とおくと, x_2 は2次方程式 $\boxed{\text{b}}$ の解である.

① $x^2+5x-1=0$ ② $x^2+x-5=0$ ③ $x^2-x-1=0$

④ $x^2-5x-1=0$ ⑤ $x^2+x-1=0$ ⑥ $x^2-x-5=0$

(4) 半径1の円に内接する正十角形の面積を S とすると, $S = \dfrac{5}{4}\sqrt{\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}}\sqrt{5}}$ である.

(5) (4)の S の値の範囲について正しいものを次の①～⑥から選び, その番号を答えよ.
必要であれば $2.2 < \sqrt{5} < 2.3$ を用いよ.

① $2.6 < S < 2.7$ ② $2.7 < S < 2.8$ ③ $2.8 < S < 2.9$

④ $2.9 < S < 3.0$ ⑤ $3.0 < S < 3.1$ ⑥ $3.1 < S < 3.2$

$\boxed{3}$ $a>0$に対して$f(x)=a^x$，$a_1=a$ とし，漸化式 $a_{n+1}=f(a_n)$ ($n=1$，2，3，$\cdots$)

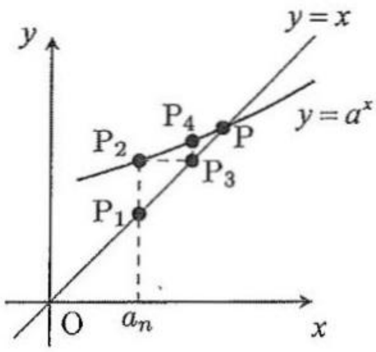
によってa_nを定める．このとき，以下の設問(1)，(3)の $\boxed{\text{セ}}$ ～ $\boxed{\text{ツ}}$ に

あてはまる適切な数と設問(2)に対する解答を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) $a=1$ ならば，$a_4=\boxed{\text{セ}}$ であり，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\boxed{\text{ソ}}$ である．

$a=2$ ならば，$a_4=\boxed{\text{タ}}$ であり，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$ である．

(2) 曲線 C: $y=f(x)$と直線 ℓ: $y=x$が
右図のように共有点 P をもつとする．
次の $\boxed{\text{a}}$ ～ $\boxed{\text{d}}$ にあてはまる適切なものを
下の①～⑤から選び，その番号を答えよ．
ただし，同じ番号を繰り返し選んでもよい．



$P_1(a_n,\ \boxed{\text{a}})$ とすると $P_2(\boxed{\text{a}},\ \boxed{\text{b}})$，

$P_3(\boxed{\text{b}},\ \boxed{\text{c}})$，$P_4(\boxed{\text{c}},\ \boxed{\text{d}})$となる．

① a_{n-2}　② a_{n-1}　③ a_n　④ a_{n+1}　⑤ a_{n+2}

(3) 曲線 C: $y=f(x)$と直線 ℓ: $y=x$が接するとする．このとき，aの値は $\boxed{\text{チ}}$ であり，

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=\boxed{\text{ツ}}$ である．

$\boxed{4}$ p は素数とし，整数 a を p で割った余りを $\overline{a}$ で表す．

以下の設問(1)の $\boxed{テ}$，$\boxed{ト}$ にあてはまる適切な数と設問(2)～(5)に対する解答を

解答用紙の所定の欄に答えよ．

(1) $p=7$ とする．このとき $\overline{2020}=\boxed{テ}$，$\overline{-100}=\boxed{ト}$ である．

(2) $p=7$ とする．a，b はそれぞれ $1\leqq a\leqq 6$，$1\leqq b\leqq 6$ を満たす整数とする．
下の表で，a 行 b 列の欄に $\overline{ab}$ を記入することによってすべての空欄を埋めるとき，(a)，(b)，(c)に入る数の組み合わせを下の①～⑧から選び，その番号を答えよ．

a \ b	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3			
2	2	4		1		5
3	3	6	2	5		
4				(a)	6	
5		3	1		(b)	(c)
6			4	3		1

① (a) 1 (b) 2 (c) 2　　⑤ (a) 2 (b) 2 (c) 2
② (a) 1 (b) 2 (c) 4　　⑥ (a) 2 (b) 2 (c) 4
③ (a) 1 (b) 4 (c) 2　　⑦ (a) 2 (b) 4 (c) 2
④ (a) 1 (b) 4 (c) 4　　⑧ (a) 2 (b) 4 (c) 4

(3) p は素数とする．どんな整数 a，b についても $\overline{ab}=\overline{\overline{a}\,\overline{b}}$ であることを示せ．

(4) p は素数とする．$\overline{a}\neq 0$ ならば，ある整数 b を選んで $\overline{ab}=1$ とできることを示せ．

(5) a は整数で7の倍数ではないとする．このとき a^6-1 は7の倍数であることを示せ．

以　上