令和 2 年度入学試験問題（一般入試）

数　　学

10：20～12：00

注　意

1. 問題冊子は 4 ページ，解答紙は 2 枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ 2 ケ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示にしたがって，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 実数 x に対して，方程式 $\pi^x = e^x + ||x-2|-1|$ の解の個数は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) 数列の極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1^4+2^4+3^4+\cdots+n^4}{n^5}$ の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) AB＝5，BC＝8，CA＝5である△ABCの内心をIとするとき線分CIの長さは $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 4，6，8は $4=2+2$，$6=3+3$，$8=3+5$ のように2つの正の素数の和で表される。4以上50以下の偶数で，このように2つの正の素数の和で表されるものの個数は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(5) 媒介変数 t を用いて $x=\cos 3t$，$y=\sin 4t$ と表される座標平面上の曲線を C とする。C と直線 $y=\dfrac{1}{3}$ が交わる座標平面上の点の個数は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(6) 1辺の長さが1の正四面体の体積は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(7) 座標空間において，点A(0，1，1)，B(1，−1，1)，C(1，1，1)，D(1，2，3)とする。線分AB，AC，ADを3辺とする平行六面体の体積は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(8) 100円，50円，10円の硬貨がそれぞれたくさんあるとする。ある品物を買うのに3000円かかるとき，このお金による支払い方の総数は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(9) AB＝3，BC＝5，CA＝7である△ABCの外接円の半径は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(10) 2次曲線 $y^2=2x^2+2x-1$ の離心率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(11) 関数 $y=f(x)$ は導関数を含む方程式(微分方程式) $\dfrac{dy}{dx}+y=0$ および $f(1)=1$ を満たすとする。このとき $f(0)$ の値は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(12) 関数 $y=f(x)$ は導関数を含む方程式(微分方程式) $\dfrac{dy}{dx}+\dfrac{y}{x}=0$ および $f(2)=1$ を満たすとする。このとき $f(3)$ の値は $\boxed{\text{シ}}$ である。

（計算用余白）

2 空欄にあてはまる適切な数，式，記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

1の m 乗根 z_k について偏角($\geqq 0$)の小さいものから順に $k = 0$，1，…，$m-1$ とする。複素数平面上の $w_0 = 1$ を基点 P_0 として，幾つかのルールに従って順に複素数平面上を w_1，w_2，w_3，…と動かしていき，それらの示す点を P_1，P_2，P_3，…で図形を描いていくという遊びを行う。

【ルール1】 $m = 6$ の時，n 回サイコロを振って，サイコロの目が $a(a = 1, \cdots, 6)$ である時，$w_n = a z_{a-1} w_{n-1}$ となる場合を考える。その時，n 回目の試行が終わった時点で $|w_n| = 15$ である確率は，n を用いて表すと $\boxed{\quad ス \quad}$ で表され，n 回目の試行で点 w_{n-1} と w_n を結んだ線分 $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n$ が，はじめて虚軸と交わる確率は，n を用いて表すと $\boxed{\quad セ \quad}$ となる。また，n 回目の試行で，点 w_{n-1} と w_n を結んだ線分 $\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n$ の長さが $5\sqrt{31}$ となる確率は $\boxed{\quad ソ \quad}$ である。

【ルール2】 $m = 8$ の時を考えるが，今度はサイコロを使わず順に $w_n = \sqrt{2}\, z_1 w_{n-1} - 1$ と移る事にする。この時，$w_n = \boxed{\quad タ \quad}$ で表され，P_n から P_{n+4} までの連続する5点で結んだ不等辺五角形の面積は n を用いて $\boxed{\quad チ \quad}$ となる。

【ルール3】 $m = 20$ の時，コインを投げて表が出れば $a = 3$，裏が出れば $a = 1$ として，$w_n = h_a z_a w_{n-1}\left(h_1 = \sqrt{5},\ h_3 = \dfrac{1}{5}\right)$ となる試行を行う。今，n 回目で運よく原点周りをちょうど1周して再び基点 P_0 に戻ってきたとして，この多角形を T と呼ぶことにする。実数で $\sin\dfrac{\pi}{10} = \boxed{\quad ツ \quad}$ と表現できる事を用いると，整数 $t\,(t = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$ に対して原点周りに $\dfrac{\pi t}{2}$ だけ回転させても(重なって)同一な T のうち，最大面積となる T の面積は $\boxed{\quad テ \quad}$ である。

【ルール4】 ある $m\,(m \geqq 4)$ の場合を考える。コインを投げて表が出れば $a = 2$，裏が出れば $a = 1$ として，n 回目の試行で $w_n = z_a w_{n-1}$ と進めていく時，原点周りをちょうど1周して再び基点 P_0 に戻る確率は，m を用いて表すと $\boxed{\quad ト \quad}$ となる。