



問題 [ I ] 整式  $f(x) = 4x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d$  は定数) は、整式  $x^2 - 2x + 1$  で割り切れ、導関数  $f'(x)$  は整式  $x + 1$  で割り切れる。このとき、次の間に答えなさい。

(1) 関数  $y = f(x)$  が  $x = -1$  で極値  $-4$  をとるならば、整式  $f(x)$  の係数は次のようになる。

$$a = \boxed{\text{アイ}}, b = \boxed{\text{ウエ}}, c = \boxed{\text{オ}}, d = \boxed{\text{カ}}$$

(2) 関数  $y = f(x)$  が 2 つの極小値を持ち、それらが等しいとき、 $a$  とその極小値は次のようになる。

$$(a, \text{極小値}) = (\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{ク}}), (\boxed{\text{ケコ}}, \boxed{\text{サ}}), (\boxed{\text{シスセ}}, \boxed{\text{ソタチ}})$$

問題 [ II ]  $I = \int x e^{-x} \sin x dx$  を考える。このとき、次の問に答えなさい。

(1) 関数  $f(x) = x^2 e^{-x}$  の  $x \geq 0$  における最大値は  $\boxed{\text{ア}}$   $e^{\boxed{\text{イウ}}}$  である。

さらに  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = \boxed{\text{エ}}$  である。

$$(2) I = \frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} x e^{-x} \cos x - \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} x e^{-x} \sin x - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} e^{-x} \cos x + C$$

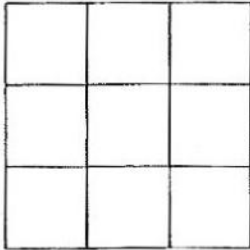
( $C$  は積分定数) である。

$$(3) I_n = \int_{2(n-1)\pi}^{(2n-1)\pi} x e^{-x} \sin x dx \text{ とおくととき } \sum_{n=1}^{\infty} I_n = \frac{\boxed{\text{シ}} + (\boxed{\text{スセ}} + \pi) e^{-\pi}}{\boxed{\text{ソ}} (\boxed{\text{タ}} - e^{-\pi}) \boxed{\text{チ}}}$$

である。

問題 [III] 赤、青、黄の3色のペンキがあり、これらを用いて以下のマス目板を上下左右が同色にならないようにしつつ塗りつぶしたい。(ただし、ナナメのマスは同色であってもよいとする。) このとき、次の間に答えなさい。

(1) 下の形の9マス目板を、赤、青、黄のうちの2色のみを用いて塗りつぶす方法は全部で  通りである。



(2) 上と同じ9マス目板に対し、3色全ての色を用いて塗りつぶす方法は全部で  通りである。ただし、板を回転して同じになる塗り方は同じとみなすものとする。また、板を裏返しにすることは認めない。

(3) 下の12マス目板が今度は壁に固定されており回転や裏返しはできないとする。このとき、赤、青、黄色のマスがそれぞれ4マスずつであり、かつ、上段の4マスの内2マスが赤色であるように塗りつぶす方法は  通りである。

