物　　理　（問題用紙　1）

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

I 以下の空欄 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{10}$ に適切な表式や値を入れよ。

回転する針金と穴のあいた質量 m の小球がある。小球は針金に通されており，針金に沿って動くことができる。図のように針金とともに回転する鉛直面を xy 平面とする。針金は

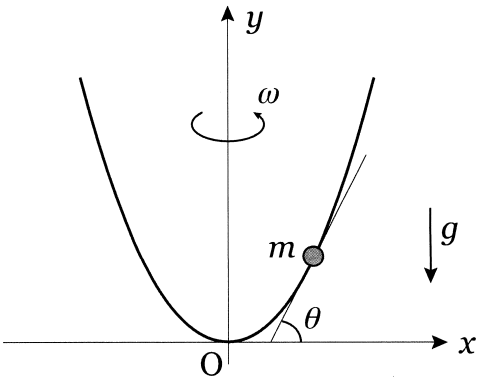
$$y = \frac{1}{2}bx^2 \quad (b > 0)$$

の放物線の形をしており，y 軸を中心として角速度 ω で回転している。ただし，針金は変形しないものとする。また，重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗は無視できるものとする。必要ならば

$$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$$

を使ってもよい。

以下，小球に働く力のつり合いや小球の運動を，針金とともに回転する観測者として考える。



図

(1) 針金と小球の間に摩擦がない場合を考える。小球の位置での針金の接線と x 軸のなす角度を θ とし，小球に働く接線方向と垂直方向の力を考える。小球の接線方向の加速度 (上向きを正とする) を a，小球に働く垂直抗力の大きさを N とすると，小球に働く力の接線方向の関係から $ma = \boxed{1}$ ，垂直方向の関係から $N = \boxed{2}$ がそれぞれ得られる。θ と x の関係は，$\tan\theta = \boxed{3}$ ，$\sin\theta = \boxed{4}$ ，$\cos\theta = \boxed{5}$ となる。小球が止まっているとき，角速度 ω は $\boxed{6}$ である。また，このときの小球に働く垂直抗力 N の大きさは $\boxed{7}$ となる。

(2) 針金と小球の間に摩擦がなく，小球が原点 O を中心とする振幅の小さな単振動をする場合を考える。小球に働く接線方向の関係式 $ma = \boxed{1}$ と $\tan\theta = \boxed{3}$ を用いて，この単振動の周期は $\boxed{8}$ と求められる。ただし，ここでは $\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$，$\tan\theta \fallingdotseq \theta$ が成り立つものとする。

(3) 針金と小球の間に摩擦がある場合を考える。静止摩擦係数を μ $(0 < \mu < 1)$ とする。いま，$\mu < \tan\theta < \dfrac{1}{\mu}$ となるような x の位置 x_0 に小球が止まっているとする。角速度 ω を徐々に変えた場合，小球が上向きに動き始めるときの角速度 ω は $\boxed{9}$ で，下向きに動き始めるときの角速度 ω は $\boxed{10}$ となる。ただし，$\boxed{9}$ と $\boxed{10}$ は x_0 を用いて表せ。

物　　理　（問題用紙　2）

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

II 以下の空欄 $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 11\ }$ に適切な表式や値，文章を入れよ。ただし，$\boxed{\ 4\ }$ は解答欄の図に記入せよ。

図 1 のように，y 軸の正の方向に磁束密度の大きさ B〔T〕の一様な磁場があり，その中で回転する長方形のコイル ABCD について考えよう。AB と CD の長さは a〔m〕，BC と AD の長さは b〔m〕，コイルの抵抗は R〔Ω〕である。コイル ABCD は，AD の中点 M と BC の中点 N を通る z 軸を回転軸として，一定の角速度 ω〔rad/s〕で回転している。図 2 は z 軸の正の向きから負の向きを見た図である。時刻 t〔s〕のとき，コイル ABCD と x 軸のなす角が ωt〔rad〕（図 2）で記述されるとしよう。

(1) まず，コイルの自己インダクタンス L〔H〕は 0 と仮定して考える。時刻 t〔s〕でコイル ABCD を貫く磁束は $\boxed{\ 1\ }$〔Wb〕である。このとき電磁誘導の法則からコイルに起電力が生じ，ABCD の向きを正としたとき時刻 t〔s〕に電流 $\boxed{\ 2\ }$〔A〕が流れる。よって，抵抗で消費される電力 P_0〔W〕の時間平均 $\overline{P_0}$〔W〕は $\boxed{\ 3\ }$〔W〕である。

AB に流れる電流は磁場から力を受ける。時刻 t〔s〕（図 2 の配置）に受ける力の向きを点 B を始点として解答欄 $\boxed{\ 4\ }$ に矢印で記入せよ。また，その力の大きさは $\boxed{\ 5\ }$〔N〕である。この力に逆らってコイル ABCD 全体を角速度 ω〔rad/s〕で一定に回転させるためには，力と反対方向に外力をかける必要がある。AB，CD の両方を考慮して外力全体による仕事率 P_1〔W〕の時間平均 $\overline{P_1}$〔W〕は $\boxed{\ 6\ }$〔W〕と計算される。

(2) つぎに，コイル ABCD の自己インダクタンス L〔H〕（$\neq 0$）を考慮して同じ問題を考える。そのときコイル ABCD は，図 3 のような起電力，抵抗 R〔Ω〕，自己インダクタンス L〔H〕からなる回路と見なすことができる。時刻 t〔s〕に $i(t) = I\sin(\omega t - \phi)$〔A〕がこの回路を流れると仮定すると，キルヒホッフの第 2 法則より方程式 $\boxed{\ 7\ }$ を得る。これを解くと，$I = \boxed{\ 8\ }$〔A〕，$\tan\phi = \boxed{\ 9\ }$ がわかる。これらを用いると，抵抗で消費される電力 P_2〔W〕の時間平均 $\overline{P_2}$〔W〕は $\boxed{\ 10\ }$〔W〕と計算される。また，この回路における電流の実効値を I_e〔A〕，電圧の実効値を V_e〔V〕とすると，力率は

$$力率 = \frac{\overline{P_2}}{I_e V_e}$$

と定義される。いま，力率が $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ の値をとるとき，$\phi = \boxed{\ 11\ }$〔rad〕となる。

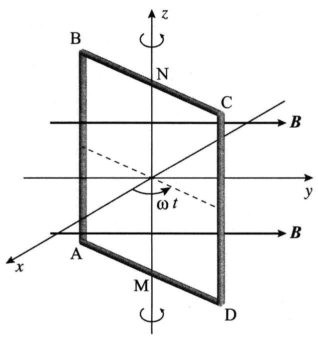


図 1

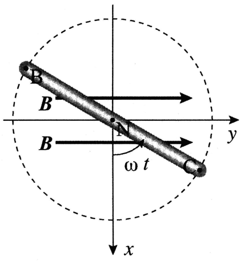


図 2

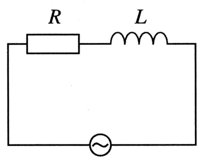


図 3

物　　理　（問題用紙　3）

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

III 以下の空欄 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{10}$ に適切な表式や値を入れよ。ただし，$\boxed{1}$，$\boxed{6}$ は解答欄の図に記入せよ。

図 1 のようなシリンダー内に 1 mol の単原子分子の理想気体が入っている。シリンダーは断熱材でおおわれているが，底の部分だけは外部との熱のやりとりができる。この気体について等温膨張，断熱膨張，等温圧縮，断熱圧縮の 4 つの過程からなるサイクルを考えよう。等温過程ではシリンダーの底に温度 T_{H}〔K〕の高温の熱源または温度 T_{L}〔K〕の低温の熱源を接触させる。一方， 断熱過程ではシリンダーの底に断熱材を接触させる。図 2 はこのサイクル ABCD におけるシリンダー内の気体の状態変化を示し，横軸は体積 V〔m^3〕，縦軸は圧力 P〔Pa〕である。

一般に次のことが知られている。温度 T〔K〕で 1 mol の理想気体が体積 V_0〔m^3〕から V_1〔m^3〕まで等温膨張したとき，気体が外部にした仕事は $RT\log\dfrac{V_1}{V_0}$〔J〕になる。ただし，R〔J/(mol · K)〕は気体定数，log は自然対数である。

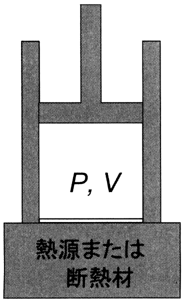


図 1

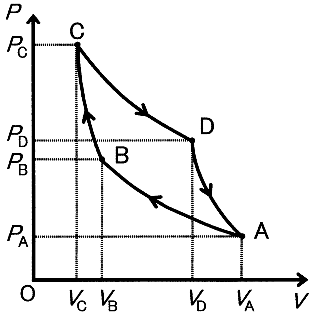


図 2

(1) 図 2 のサイクル ABCD について，横軸に体積 V〔m^3〕，縦軸に温度 T〔K〕で描き直すと $\boxed{1}$ の図となる。

気体の内部エネルギーの変化 $\Delta U > 0$ となる過程は，$\boxed{2}$（A→B，B→C，C→D，D→A から選べ）であり，$\Delta U =$ $\boxed{3}$〔J〕である。この過程では，熱源から吸収した熱量は $\boxed{4}$〔J〕であり，気体が外部にした仕事は $\boxed{5}$〔J〕である。

(2) 等温膨張過程で気体が外部にした仕事 W〔J〕に等しい面積を図 2 の中に斜線で表すと $\boxed{6}$ の図となる。この過程で気体が高温の熱源から吸収した熱量 Q〔J〕を気体の体積を使って表すと $\boxed{7}$〔J〕となる。

(3) このサイクルで気体が外部にした正味の仕事を気体の体積を使って表すと $\boxed{8}$〔J〕となる。
したがって，このサイクルの熱効率は

$$e = \frac{\boxed{8}}{\boxed{7}}$$

と表すことができる。

一般に断熱過程では $TV^{\gamma-1}$ が一定になることが知られている。単原子分子理想気体の場合，$\gamma = \dfrac{5}{3}$ である。この関係を用いると，熱効率は $e =$ $\boxed{9}$ のように熱源の温度のみで書き表すことができる。

いま，100°C の高温の熱源と 20°C の低温の熱源を用いた上記のサイクルを考えると，熱効率 e の値は $\boxed{10}$（有効数字 2 桁）と求められる。