

# 数 学

1～10 ページ (問題は1, 3, 5, 7, 9ページにあります。)

## 注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 解答時間は75分間です。
3. 解答用紙はマークシート解答用紙1枚と記述式問題解答用紙1枚の合計2枚です。
4. マークシート解答用紙の記入にあたっては、解答用紙の注意事項を参照し、HBの鉛筆を使用して丁寧にマークしなさい。
5. 受験番号、氏名、フリガナをマークシート解答用紙に記入しなさい。受験番号は記入例を参照して、正しくマークしなさい。
6. 受験番号を、記述式問題解答用紙の所定欄に記入しなさい。
7. マークの訂正には、消しゴムを用い、消しきらずに丁寧に取り除きなさい。
8. 試験開始後、ただちにページ数を確認し、落丁や印刷の不鮮明なものがあれば申し出なさい。
9. 試験終了後、解答用紙2枚を提出しなさい。問題冊子は持ち帰りなさい。
10. マークシート解答用紙は折り曲げないようにしなさい。

マークシート解答用紙の受験番号記入例

数字の位置	受 験 番 号				
	万	千	百	十	一
	1	2	3	4	5
0	○	○	○	○	○
1	●	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○

問題 [1], [2], [3] は, マークシートに解答を記入しなさい. ただし, 分数は既約分数で答え, 平方根を含む解答は平方根の中をできるだけ簡単にして答えなさい. 問題 [4], [5] は, 「数学記述式問題解答用紙」に解答しなさい.

[1] 以下の問いに答えなさい.

(1) つぎの式の値を求めなさい.

$$\left\{ 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 (5 + 2\sqrt{6}) + \frac{5 + 3\sqrt{3}}{7 + 4\sqrt{3}} \right\}^2 = \boxed{1} + \boxed{2}\sqrt{\boxed{3}}$$

(2)  $(x-2)(x-1)(x+3)(x+4) = 36$  を解くと,

$$x = -\boxed{4}, -\boxed{5} \pm \sqrt{\boxed{6}\boxed{7}} \text{ である.}$$

(3) 白玉 8 個と赤玉 4 個が入っている袋から, 玉を 3 個同時に取り出すとき, 取り出した玉が, 白玉が 2 個かつ赤玉が 1 個である確率は

$$\frac{\boxed{8}\boxed{9}}{\boxed{10}\boxed{11}} \text{ である.}$$

(4)  $x$  に関する不等式  $\log_{\frac{1}{10}}(x+4) \leq \log_{10}(10-x)$  を解くと

$$\boxed{12} - \boxed{13}\sqrt{\boxed{14}} \leq x \leq \boxed{15} + \boxed{16}\sqrt{\boxed{17}}$$

である.

計算用余白

[2] 以下の問いに答えなさい。

- (1) 直線  $y = 2x + k$  と曲線  $4x^2 + y^2 = 16$  がちょうど 2 個の共有点をもつための  $k$  の値の範囲は

$$-\boxed{18}\sqrt{\boxed{19}} < k < \boxed{20}\sqrt{\boxed{21}}$$

である。

- (2) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が  $S_n = \frac{1}{24}(2n^3 - 75n^2 + 97n)$ ,  
 $(n \geq 1)$  で与えられるとする。  $a_n$  は  $n = \boxed{22}\ \boxed{23}$  のとき最小値  $-\boxed{24}\ \boxed{25}$  をとる。

- (3)  $a, b$  を定数とする。

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a} - b}{x-2} = 2$$

であるならば、  $a = -\frac{\boxed{26}\ \boxed{27}}{\boxed{28}\ \boxed{29}}$ ,  $b = \frac{\boxed{30}}{\boxed{31}}$  である。

- (4) 2 つの曲線  $y = -x^2 + 3$  および  $y = x^2 - 5x$  により囲まれる図形の面積は

$\frac{\boxed{32}\ \boxed{33}\ \boxed{34}}{\boxed{35}\ \boxed{36}}$  である。また、これら 2 つの曲線の交点をともに通る直線

の方程式は  $\boxed{37}x + \boxed{38}y = 3$  である。

計算用余白

- [3]  $AB = 3$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 5$  である三角形  $ABC$  において、頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線  $AD$  をひく。三角形  $ABD$  の内接円の中心を  $O_1$  とし半径を  $r_1$  で表す。また、三角形  $ADC$  の内接円の中心を  $O_2$  とし半径を  $r_2$  で表す。

(1)  $AD = \frac{\boxed{39}}{3} \sqrt{\boxed{40} \boxed{41}}$ ,  $r_1 = \frac{\sqrt{\boxed{42} \boxed{43}} - \boxed{44}}{\boxed{45}}$ ,  $r_2 = r_1 + \frac{\boxed{46}}{\boxed{47}}$   
 である。

- (2) 内接円  $O_1$  と辺  $AB$  との接点を  $E$ , 内接円  $O_2$  と辺  $CA$  との接点を  $F$  とするとき,

$$AE = \frac{\sqrt{\boxed{48} \boxed{49}} + \boxed{50}}{\boxed{51}}, \quad AF = AE - \frac{\boxed{52}}{\boxed{53}}$$

である。

- (3)  $AO_1$  と  $AO_2$  のなす角を  $\theta$  で表すとき,  $\cos \theta = \frac{\sqrt{\boxed{54} \boxed{55} \boxed{56}}}{15}$  である。

また, 三角形  $AO_1O_2$  の面積は  $\frac{\boxed{57}}{\boxed{58}}$  である。

計算用余白

以下の問題 [4], [5] は, 「数学記述式問題解答用紙」に解答しなさい.

[4] 直線  $l: y = -x + 3$  および曲線  $C: y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ , (ただし,  $x > 1$ )

について, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 点  $(3, 0)$  を通り曲線  $C$  と接する接線の方程式を  $y = ax + b$  とおくとき,  $a$  と  $b$  の値を求めなさい.
  
- (2)  $l$  と  $C$  の交点の座標をすべて求めなさい.
  
- (3)  $l$  と  $C$  で囲まれる図形の面積を求めなさい.



計算用余白

[5] 1辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、辺OB上に点Dをとり、線分ADと線分ABのなす角を $x$ で表す。また、辺OCの中点をEとする。

$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AO} = \vec{c}$  とおくとき、以下の問いに答えなさい。

(1)  $\overrightarrow{AD}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$  および  $\tan x$  を用いて表しなさい。

(2)  $\angle DAE = \theta$  とおくとき、 $\cos \theta$  を  $x$  を用いて表し、 $\cos \theta$  の最大値を求めなさい。

(3) 三角形ADEの面積を  $\tan x$  の関数として表し、その面積の最小値を与える  $\tan x$  の値を求めなさい。

計算用余白

