

物 理 (一般問題用紙1)

I 図1のように、固定されたなめらかで水平な不導体の台の上に、固定台と面積 S [m²] の正方形の金属極板 A, B がある。極板 A, B は、常に水平な台に垂直になつたまま平行を保つように、不導体でできた透明でなめらかな A, B に垂直な壁面に接しており、極板面積が S [m²] の平行平板コンデンサーとしてはたらく。

最初 AB 間の距離を l_0 [m] にして A, B ともにストッパーで固定している。なお、AB 間の距離は、A, B の向かい合った面の間の距離である。

A には、ばね定数 k [N/m] の不導体でできた軽いつまみばねをつなぎ、ばねの他端は固定台につないでいる。ばねは常に水平に保たれ、A が図の位置にあるとき自然長である。

全体が真空中に置かれており、真空の誘電率は ϵ_0 [F/m] である。

A, B に電荷が蓄えられたとき、電荷は A, B の向かい合った面に一様に分布し、そのとき A, B の向かい合った面と垂直壁面で囲まれる直方体の空間には A, B に垂直で一様な電場（電界）ができ、その直方体の空間からの電場のもれはないものとする。

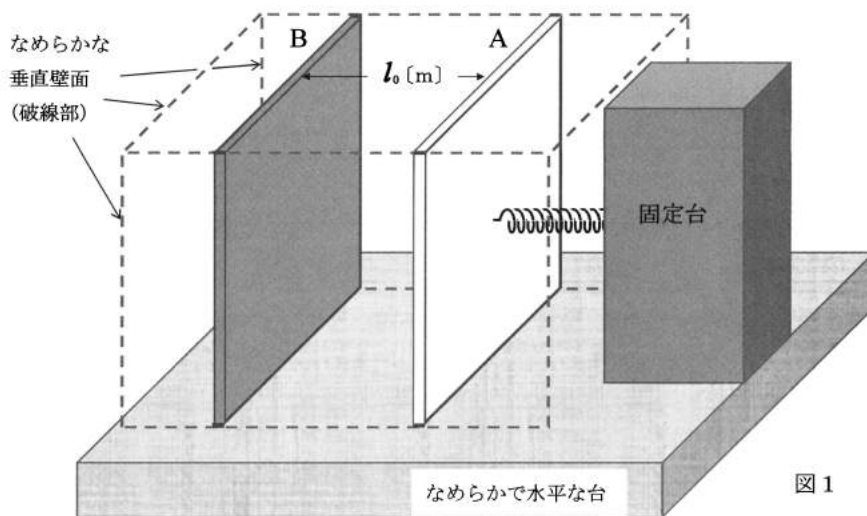


図 1

[i] AB 間に電池をつないで電圧 V_0 [V] を加え、しばらくしてから電池をはずした。このとき、A に電気量 $+Q_0$ [C], B に電気量 $-Q_0$ [C] ($Q_0 > 0$) の電荷が分布した。以下の問いに答えよ。

- (1) AB 間に加えられた電圧 V_0 [V] はいくらか。 S , l_0 , ϵ_0 , Q_0 の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) AB 間にできている電場の強さ [V/m] と向きを答えよ。電場の強さについては、 S , l_0 , ϵ_0 , Q_0 の中から必要なものを用いて表せ。

物 理 (一般問題用紙2)

[ii] その後、B はそのまま固定し、図2のように、A が x 方向に自由に動けるようにする。 x 軸は A、B に垂直で A から B に向かう向きを正とし、最初の A の位置を原点 $x = 0$ [m] とする。なお、A の位置は、A の B 側の面の位置で表すものとする。 $x = 0$ [m] のときばねの長さは自然長である。A の質量は m [kg] である。

A のストッパーをすばやくはずしたところ、A は B と平行な状態を保ったまま x 方向に運動し、A、B が衝突することはなかった。

A のストッパーをはずしたときの時刻 $t = 0$ [s] として、以下の問いに答えよ。

ただし、以下の(3)、(4)、(6)では、 S 、 ϵ_0 は用いず、 l_0 、 Q_0 、 V_0 、 m 、 k 、 x の中から必要なものを用いて表せ。

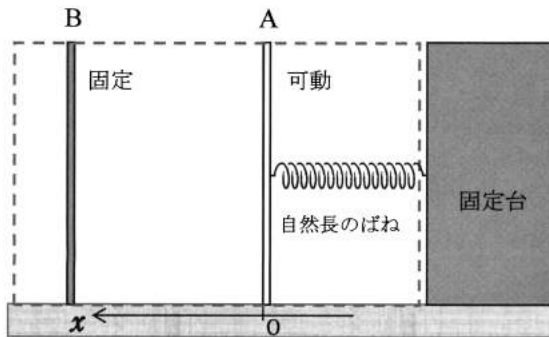


図 2

- (3) 運動中、A の位置が x [m] のとき、A にはたらく合力 [N] はいくらか。
- (4) A にはたらく合力が 0 になるときの A の位置 x_0 [m] はいくらか。
- (5) A の運動は何という運動か。運動の名称を答えよ。
- (6) A が(4)の位置を通過するときの速さ [m/s] はいくらか。

以下の(7)~(10)では、円周率を π とし、また、(4)の位置を x_0 [m] とし、 l_0 、 V_0 、 m 、 k 、 x_0 、 π 、 t の中から必要なものを用いて表せ。

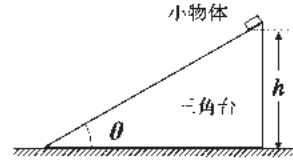
ただし(10)では x_0 を用いずに答えよ。

- (7) 時刻 t [s] ($t \geq 0$) における A の位置 x [m] はいくらか。
- (8) B の電位を 0 とするとき、時刻 t [s] ($t \geq 0$) における A の電位 V [V] はいくらか。
- (9) A の位置の時間変化のグラフ (横軸: 時刻 t [s], 縦軸: 位置 x [m]) をかけ。ただし、 $t = 0$ [s] から、A の速さが 2 回目に 0 になるまでについてのグラフとせよ。
- (10) B の電位を 0 とし、A の電位の時間変化のグラフ (横軸: 時刻 t [s], 縦軸: A の電位 V [V]) をかけ。ただし、 $t = 0$ [s] から、A の速さが 2 回目に 0 になるまでについてのグラフとせよ。また、A が B に最も近づくときの AB 間距離が $\frac{1}{2} l_0$ [m] となるような設定のときのグラフとせよ。

物 理 (一般問題用紙3)

II 傾きが θ のなめらかな斜面をもつ質量 M の三角台がなめらかな水平面上にある。図のように、台の斜面に質量 m の小物体をのせ、水平面からの小物体の高さが h の位置で、台にも小物体にも力を加えて全体を静止させておく。

重力加速度の大きさを g とし、空気抵抗はないものとして、以下の問いに答えよ。



[i] 台に水平方向に力を加えて静止させたまま、小物体に力を加えるのをやめて、小物体が台の斜面上を自由に運動できるようにしたところ、小物体は初速0で動き始めた。

(1) 小物体が台の斜面上を運動しているときについて、次の問いに答えよ。

① 台が静止するように台に加えている水平方向の力の向きと大きさを答えよ。

ただし、向きについては、右、または左、と答えよ。

② 台が水平面から受けている垂直抗力の大きさはいくらか。

(2) 小物体が動き始めてから水平面に達するまでの時間はいくらか。

[ii] 最初の状態に戻し、今度は小物体と台が静止するように支えていた力を加えるのを同時にやめて、小物体と台がどちらも初速0で自由に運動するようにしたところ、小物体は台から離れることなく台の斜面上を運動し、台は水平方向に一定の加速度で運動した。

(3) このときの台の加速度の大きさを A 、小物体が台の斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とし、次の問いに答えよ。

① 台から見たとき、小物体は台の斜面を直線運動し、台の斜面に垂直な方向については静止し、力がつりあっているように見える。この、台から小物体を見たときの台の斜面に垂直な方向の力のつりあいをもとに、

N を求め、 m 、 g 、 A 、 θ で表せ。

② 台の水平方向の運動方程式をかけ。ただし、左辺は MA とし、右辺は N と θ だけで表せ。

③ ①、②より A を計算して、 M 、 m 、 g 、 θ で表せ。

(4) 小物体と台が同時に動き始めてから、小物体が水平面に達するまでの時間はいくらか。 M 、 m 、 g 、 θ 、 h で表せ。

(5) 小物体が水平面に達した瞬間、台は静止していたときの位置からどれだけ距離を移動しているか。 M 、 m 、 θ 、 h で表せ。

物 理 (一般問題用紙4)

III 質量 M [k g] の原子がある。励起状態 (エネルギー準位 E_2 [J]) にある原子が基底状態 (エネルギー準位 E_1 [J]) に移るとき光子を放出した。原子の状態が変化しても原子の質量は M [k g] のまま変化しないものとし、プランク定数を h [J・s]、真空中の光の速さを c [m/s] とし、重力の影響はないものとして、以下の問いに答えよ。

[i] 原子が固定された状態にあるとき、エネルギー準位の差に等しいエネルギーを持った光子が放出される。

(1) このとき、放出される光子の振動数 ν_0 [Hz] はいくらか。

[ii] 原子が自由に動くことができる状態で原子のエネルギー準位が E_2 [J] から E_1 [J] に変化し、光子を放出するとき、物体の分裂のように、変化前 (原子だけ) と変化後 (原子と光子) の運動量とエネルギーが保存される形で光子が放出される。

そのような状況で、静止した原子のエネルギー準位が E_2 [J] から E_1 [J] に変化したとし、変化後の原子の速さを V_1 [m/s]、放出された光子の振動数を ν_1 [Hz] とする。

(2) 運動量保存を、 M 、 V_1 、 h 、 c 、 ν_1 で表せ。

(3) エネルギー保存を、 E_1 、 E_2 、 M 、 V_1 、 h 、 ν_1 で表せ。

(4) (2) と (3) から V_1 を消去し、その式を、 E_1 、 E_2 のかわりに [i] の ν_0 を用いて表せ。

ただし、その式は ν_1 についての 2 次方程式になっているので、

$$\nu_1^2 + \alpha \nu_1 + \beta = 0 \quad (\text{ただし、}\alpha, \beta \text{ は } M, h, c, \nu_0 \text{ を組み合わせた文字式}) \text{ の形で表せ。}$$

(5) (4) の 2 次方程式を解いて、 ν_1 [Hz] を求めよ。

なお、式の中に出てくる $\frac{2h\nu_0}{Mc^2} \ll 1$ とし、 $|x| \ll 1$ のとき、 $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$ と近似できるの

でこの近似式を用いて、 $\nu_1 \approx \nu_0 \cdot (1 - \gamma)$ の形 (ただし、 γ は M 、 h 、 c 、 ν_0 を組み合わせた文字式) で表せ。

[iii] [ii] のように原子が自由に動くことができる状態で、原子が速さ V_2 [m/s] で運動しているときエネルギー準位が E_2 [J] から E_1 [J] に変化し、原子は進行方向と逆向きに振動数が ν_2 [Hz] の光子を放出し、原子の速さが V_2' [m/s] に変化したとする。

この場合も、[ii] 同様、運動量保存とエネルギー保存が成り立つ。

(6) 運動量保存を、 M 、 V_2 、 V_2' 、 h 、 c 、 ν_2 で表せ。

(7) エネルギー保存を、 E_1 、 E_2 、 M 、 V_2 、 V_2' 、 h 、 ν_2 で表せ

(8) (6) と (7) を用いて ν_2 [Hz] を求めよ。

なお、 $\frac{V_2 + V_2'}{2} = \bar{V}_2$ とし、 \bar{V}_2 、 c 、[i] の ν_0 を用いて表せ。