（一般前期）

平 成 ２８ 年 度 入 学 試 験 問 題

（２科目選択）

理　　科

（物理，化学，生物）

注 意 事 項

１．解答は必ず別に配布する解答用紙に記入すること．
２．物理，化学，生物の中から２科目のみ解答すること．

物　　理　（問題用紙　1）

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

Ⅰ　図1のように，水平面から角度θだけ傾いたなめらかな斜面上に置かれた質量mの物体Aと質量$2m$の物体Bの運動を考える。斜面には質量が無視できるばね定数kのばねが置かれ，一方は斜面の下端に，もう一方は物体Bに固定されている。ばねが自然長から縮んでつり合った状態での物体Bの位置を原点Oとして，斜面に沿って上向きにx軸をとる。

物体Bが原点Oに静止しているとき，物体Aをx軸上の$x = H$ $(H > 0)$の位置から静かに運動させ，物体AとBを衝突させた。衝突した瞬間の時刻を$t = 0$，衝突直前のAの速さをV，AとBの反発係数（はねかえり係数）をe，重力加速度の大きさをgとする。なお，2つの物体の運動はx軸上で起こり，物体の速度はx軸方向の速度を表すものとする。

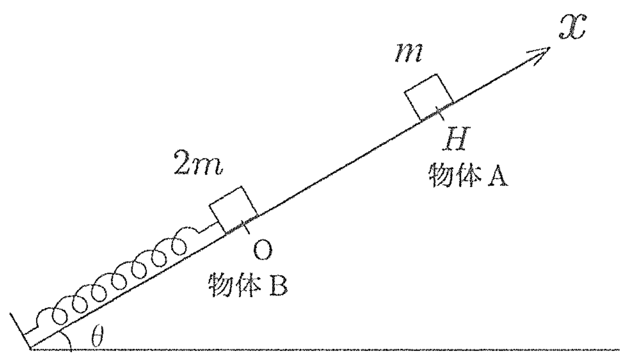

図1

(1) 次の空欄 $\boxed{\quad 1 \quad}$ ～ $\boxed{\quad 4 \quad}$ に適切な表式や値を入れよ。

衝突直前のAの速さVをg，H，θを用いて表すと，$V =$ $\boxed{\quad 1 \quad}$ である。衝突直後のAとBの速度をそれぞれv_1とv_2とするとき，$\left(\dfrac{v_2}{v_1}\right)^2 =$ $\boxed{\quad 2 \quad}$ であり，衝突直後のAの運動方向は，$e >$ $\boxed{\quad 3 \quad}$ の場合は斜面に沿って上向き，$e <$ $\boxed{\quad 3 \quad}$ の場合は斜面に沿って下向きである。また，衝突の前後において失われた力学的エネルギーの大きさをe, m, Vを用いて表すと $\boxed{\quad 4 \quad}$ である。

(2) AとBの衝突が完全非弾性衝突$(e = 0)$のとき，2つの物体は衝突の後に一体となり，一体のまま斜面上を単振動し続けた。

(i) この単振動の振動の中心のx座標をm, g, k, θを用いて表せ。

(ii) この単振動の振動の周期をm, kを用いて表せ。

(3) AとBの衝突が完全弾性衝突$(e = 1)$のとき，$t = 0$での衝突後のA, Bの運動について以下の問いに答えよ。

(i) 衝突直後，Aはx軸の正の向きに運動しはじめ，あるとき，速度が初めてゼロとなった。そのときの時刻とAのx座標をg, θ, Vを用いて表せ。

(ii) 衝突直後，Bはx軸の負の向きに運動しはじめ，あるとき，速度が初めてゼロとなった。そのときの時刻とBのx座標をm, k, Vの中から必要なものを用いて表せ。

物　　　　理　(問題用紙　2)

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

II　以下の空欄 $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 7\ }$ に適切な表式や語句，値を入れよ。

図2-1のように起電力が E〔V〕の電池E，抵抗値が R_0〔Ω〕の抵抗 $\mathrm{R_0}$，抵抗値 R〔Ω〕の抵抗Rからなる回路がある。ただし，電池の内部抵抗は R_0 に含まれるとする。Rを流れる電流の大きさを I_0〔A〕，Rの両端にかかる電圧の大きさを V_0〔V〕とする。I_0 を E, R_0, R を使って表すと $I_0 = \boxed{\ 1\ }$ である。

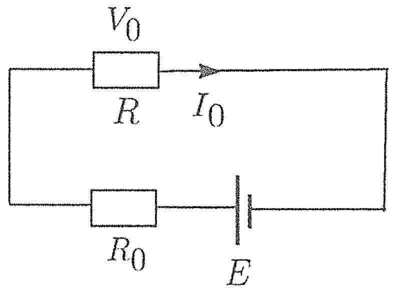

図2-1

以下(A)，(B)の順番で，I_0 を測定する電流計Aや V_0 を測定する電圧計Vをつけていき，測定装置が回路に及ぼす影響を考える。特に電流計Aを流れる電流の大きさ I〔A〕(Aが示す測定値)と I_0 の差 $I - I_0$ と I との比 $\dfrac{I - I_0}{I}$ に注目する。

(A) まず，図2-2のように電流計Aのみを回路に直列につける。Aは図2-3のように測定部分 $\mathrm{C_A}$，抵抗値 r〔Ω〕の内部抵抗rからなる構造を持つ。測定部分 $\mathrm{C_A}$ は電流を流すコイルとコイルの外側に置いた永久磁石からなる。このとき，コイルに流れる電流の大きさを I_1 とするとこれが測定電流値 $I = I_1$ である。コイル内には I_1 に比例する大きさを持つ $\boxed{\ 2\ }$ が発生する。コイルにバネをつけて適当な向きに回転するようにしておくと，コイルは永久磁石から受ける力とバネの復元力がつり合うところまで回転して静止する。従ってコイルの回転角が電流の大きさを示すことになる。また，このコイルの抵抗が内部抵抗rである。抵抗rのため，I_1 と I_0 は一致しない。比 $\dfrac{I_1 - I_0}{I_1}$ を R_0, R, r を使って表すと符号を含めて $\boxed{\ 3\ }$ である。

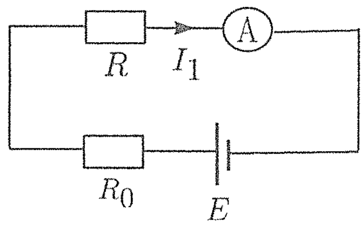

図2-2

図2-3

(B) つぎに，図2-4のように図2-2の回路に電圧計Vを追加する。このときのAの測定値，すなわち $\mathrm{C_A}$ を流れる電流の大きさを $I = I_2$ とする。Vは図2-5のように測定部分 $\mathrm{C_V}$，抵抗値 r〔Ω〕の内部抵抗rからなる。$\mathrm{C_V}$ は $\mathrm{C_A}$ と同様の構造を持つ。Vの両端の電圧の測定値 V〔V〕は，(A)と同様の原理で，コイルを流れる電流の大きさ I_c〔A〕が測定できれば，I_c を使って $V = \boxed{\ 4\ }$ と求めることができる。図2-4の回路で電池Eを流れる電流の大きさ I'〔A〕を R_0, R, r, E を使って表すと $I' = \boxed{\ 5\ }$ である。また比 $\dfrac{I_2 - I_0}{I_2}$ を R_0, R, r を使って表すと，符号を含めて $\dfrac{\boxed{\ 6\ }}{r(R + R_0)}$ である。このときの比の絶対値 $\left|\dfrac{I_2 - I_0}{I_2}\right|$ と電流計Aだけを単独でつけたときの値 $\left|\dfrac{I_1 - I_0}{I_1}\right|$ を比較すると，大小関係 $\left|\dfrac{I_2 - I_0}{I_2}\right| \boxed{\ 7\ } \left|\dfrac{I_1 - I_0}{I_1}\right|$ が成り立つ。($\boxed{\ 7\ }$ は等号「=」または不等号「<」，「>」より選択せよ)

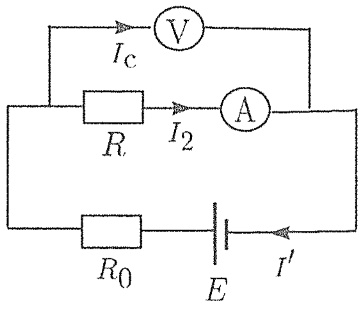

図2-4

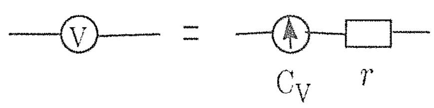

図2-5

物　　理　（問題用紙　3）

解答に必要な式や答えは解答用紙の指定されたところに書きなさい。

III　以下の空欄 $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 7\ }$ に適切な表式や値を入れよ。また，(4) の問いに答えよ。

超音波のドップラー効果を用いて血流の速さを測定する原理を考える。図3-1のように，体表に静止した測定器から振動数 f_0 の音波を赤血球に照射する。すると，赤血球は音波を反射し，測定器は元と異なる振動数 f' をもつ音波を受信する。以下，周波数の変化量から赤血球の速さを求めるための関係式を導出する。簡単のため，赤血球の大きさは十分小さく，測定器および赤血球から出される音波の体内における速さ c は一定で，測定器と赤血球の距離は十分大きいとする。

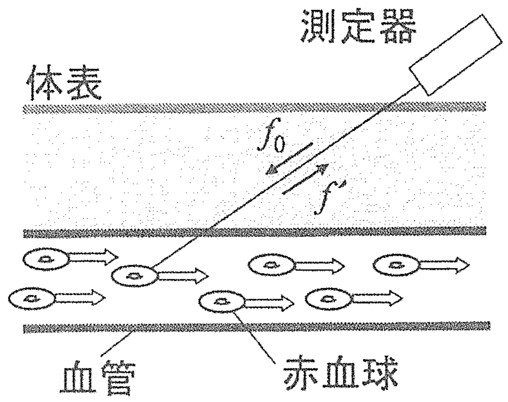

図 3-1

(1) はじめに，赤血球を動く観測者と考え，測定器が発した音波を赤血球が観測する場合を考える。図3-2のように，赤血球は x 軸上を，速さ $v (v < c)$ で正の向きに等速直線運動しているものとする。点Pで静止した測定器から振動数 f_0 の音波が原点Oに向かって出ており，x 軸と直線OPのなす角度を θ とする。赤血球がOを通過するとき，観測者の運動を音源方向（直線OP方向）の運動とそれと直交する方向の運動に分解して考えると，赤血球が観測する音波の振動数 f_1 は c, v, θ を用いて $f_1 = \boxed{\ 1\ } \times f_0$ と表せる。赤血球から反射される音波の振動数はこの f_1 である。

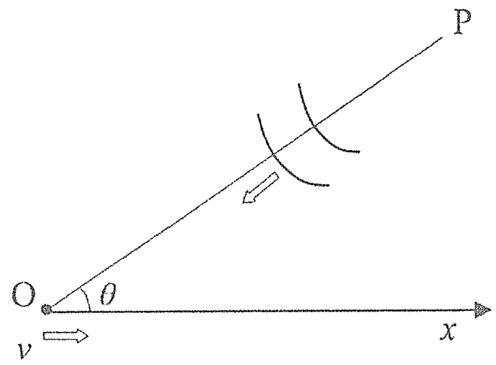

図 3-2

(2) 次に，動いている赤血球から発せられた振動数 f_1 の音波を，点Pで静止した測定器が観測する場合を考える。図3-3のように，原点OからPまでの距離を d とする。赤血球が原点Oを通過した時刻を $t = 0$ として，このとき出される音波の波面を W_0 とする。点Xを通過した時刻に1周期遅れた次の波面 W_1 が出されたとき，2点間の距離 $\overline{\mathrm{OX}}$ は v と f_1 を用いて $\overline{\mathrm{OX}} = \boxed{\ 2\ }$ で与えられる。最初の波面 W_0 がPに到達する時刻 t_0 は $t_0 = \boxed{\ 3\ }$ であり，次の波面 W_1 がPに到達する時刻 t_1 は $t_1 = \boxed{\ 4\ } + \dfrac{\overline{\mathrm{XP}}}{c}$ である。$\boxed{\ 2\ }$ が $\overline{\mathrm{OP}}$ に比べ十分小さいとき，$\overline{\mathrm{OP}} - \overline{\mathrm{XP}} = \boxed{\ 2\ } \times \cos\theta$ とかける。したがって，Pで観測される波の振動数 f' は c, v, θ を用いて $f' = \boxed{\ 5\ } \times f_1$ と表せる。

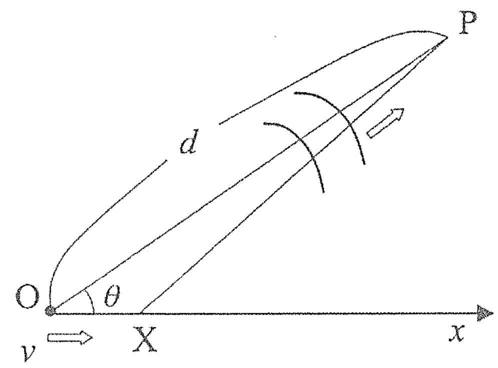

図 3-3

(3) 実際の現象は以上の (1) と (2) の組み合わせである。すなわち，測定器から照射された振動数 f_0 の音波は赤血球で反射され，再び測定器で受信されるが，測定器が受信する音波の振動数 f' と f_0 の関係は $f' = \boxed{\ 6\ } \times f_0$ と表せる。したがって，f' を観測すれば振動数の差 $f' - f_0$ から赤血球の速さ v を求めることができる。$\dfrac{v}{c}$ が1より十分小さいとき，振動数の差は v, f_0, θ, c を用いて $f' - f_0 \fallingdotseq \boxed{\ 7\ } \times \dfrac{v}{c}$ と表せる。ただし，右辺で $\dfrac{v}{c}$ の2乗以上の項を無視した。($|a|$ が1に比べて十分小さいとき，近似式 $(1+a)^{-1} \fallingdotseq 1 - a$ が成り立つことを用いてもよい。)

(4) 以上において $f_0 = 5.0 \times 10^6\,\mathrm{Hz}$，$c = 1.5 \times 10^3\,\mathrm{m/s}$，$\theta = 60°$ のとき，振動数の差は $f' - f_0 = 300\mathrm{Hz}$ であった。赤血球の速さ v は何 cm/s か？ 有効数字1桁で求めよ。