入　学　試　験　問　題（1次）

数　　　　　学

平成31年1月28日　　　　9時00分—10時20分

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開かないこと。

2　この問題冊子は表紙・白紙を除き9ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所等があった場合は申し出ること。

3　解答には必ず黒鉛筆（またはシャープペンシル）を使用すること。

4　解答は，各設問ごとに一つだけ選び，解答用紙の所定の解答欄の該当する記号を塗りつぶすこと。

5　解答を訂正する場合は，消しゴムできれいに消すこと。

6　監督員の指示に従って，問題冊子の表紙の指定欄に受験番号を記入し，解答用紙の指定欄に受験番号，受験番号のマーク，氏名を記入すること。

7　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してよい。ただし，切り離してはならない。

8　解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

受験番号					

上の枠内に受験番号を記入しなさい。

設問ごとに，与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び，解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1　$A = x^3 - 2y^2x + 4y^3$，$B = x + 2y$ を x についての整式とみて，A を B で割った余りを求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

2　$\log_a b + \log_b c + \log_c a = 5$，$\log_b a + \log_c b + \log_a c = \dfrac{17}{4}$ がともに成立しているものとする（$a > 0$，$b > 0$，$c > 0$，$a \neq 1$，$b \neq 1$，$c \neq 1$）。

$\dfrac{8}{683}\{(\log_a b)^4 + (\log_b c)^4 + (\log_c a)^4\}$ の値を求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

3　自然数 $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$（n は自然数）を割り切ることができる整数 m（$2 \leqq m \leqq 9$）のなかで最大なものを求めよ。

㋐　0	㋕　1	㋚　2	㋟　3	㋤　4
㋩　5	㋮　6	㋳　7	㋶　8	㋻　9

4 複素数 z は $z+\dfrac{1}{z}=\sqrt{2}$ を満たしている。$z^{10}+\dfrac{1}{z^{10}}$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

5 2次方程式 $25x^2-35x+2k=0$ の2つの解がそれぞれ $\sin\theta$, $\cos\theta$ であるとする。k の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

6 3次方程式 $x^3+ax^2+bx-8=0$ が1，2を解にもつとき，もう1つの解を c とする。$|b+a-c|$ の値を求めよ。(a, b は実数)

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

7 方程式 $x^2+18x+30=2\sqrt{x^2+18x+45}$, $(x^2+18x+45 \geqq 0)$について，すべての実数解の和を p, すべての実数解の積を q とする。$p+q$ の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

8 a は自然数の定数とする。方程式 $\log_2(x^2+3x+0.25)=a+\log_2 x$ が実数解をもつとき，a のとりうる値の最小値を m とする。m の値を求めよ。

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

9 △ABCにおいて，辺AB, BC, CA の長さがそれぞれ $b+1$, $ab+a$, a となり，$\cos A=-\dfrac{1}{a}$, $\cos C=\dfrac{b}{a^2}$, であるとする。
$\left|\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\right|$ の値を求めよ。(a, b は実数 $a>0$, $b>0$)
(ただし，△ABCの∠A, ∠B, ∠Cの大きさをそれぞれ A, B, C で表記する)

㋐	0	㋕	1	㋚	2	㋟	3	㋤	4
㋩	5	㋮	6	㋳	7	㋶	8	㋻	9

10 △ABCについて考える。$AB = AC$，$BC = 16\sqrt{2}$，AからBCに下ろした垂線の長さを32とする。この△ABCの内接円の半径を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

11 実数x，yが$2|x-3|+3|y-2| \leqq 6$を満たすとき，x^2+y^2の最大値をM，最小値をmとする。$M-13m$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

12 袋の中に2個の白玉とn個(nは自然数)の赤玉が入っている。この袋から同時に2個の玉を取り出すものとする。白玉の数が1個だけの場合の確率を$P(1)$，2個とも白玉である場合の確率を$P(2)$とする。$\dfrac{P(1)}{P(2)} = 12$となるときのnの値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

13 座標平面上の3つの定点，原点O(0，0)，A(0，1)，B(4，3)と任意の点Pについて考える。$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=4\,\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ が成立しているとき，点Pの軌跡は異なる2つの点M(m, 0)，N(n, 0)でx軸と交わる。$|m+n|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

14 座標平面において，点P(1，0)を原点Oを中心として2θ(θは正の角)だけ回転させた点をQとし，点R$\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$を点A$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$を中心として$\theta$だけ回転させた点をBとする。線分QBの長さの最大値をMとするとき，$2\sqrt{6}M$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

15 数列$\{a_n\}$は，$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n-n^2+25n+5$ (nは自然数)を満たしている。$S_n=\sum_{k=1}^{n}a_k$であるとき，S_n-2a_nを最小にするnをPとする。
$|P-20|$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

16 曲線 $C : y = x^2 - 13$ 上に存在する異なる2つの点P，Qについて考える。線分PQとy軸は，点A(0，−8)で交わる。線分PQの中点の軌跡とx軸で囲まれる図形の面積をSとしたとき，$\frac{3}{8}S$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

17 関数$f(x) = e^{ax}\sin bx$について考える(a，bは実数)。($b \neq 0$)
$f''(x) - 2f'(x) + 2f(x) = 0$がすべての$x$について成立するとき，$a^2 + b^2$の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

18 曲線 $C : y = x^3 - 6x^2$ について考える。点A(4，k)(kは整数)から曲線Cに異なる3本の接線が引けるとき，kのとりうる値の個数を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

19 曲線 C : $y=x^3$ 上に存在する原点 O(0, 0), 点 A(1, 1), 点 P(t, t^3) ($0<t<1$, tは実数)について考える。線分 OP と曲線 C, 線分 PA と曲線 C で囲まれた図形のそれぞれの面積を S_1, S_2 と表記する。S_1+S_2 は $t=k$ のとき最小値をとる。$9k^2$ の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

20 曲線 C : $y=x+2\cos x$ ($0\leqq x\leqq 2\pi$), 直線 ℓ : $y=k$ について考える。曲線 C, 直線 ℓ, $x=0$, $x=2\pi$ で囲まれた図形を直線 ℓ の周りに 1 回転させてできる立体の体積を V とする。V が最小となるときの k の値を m としたとき, $a<m<a+1$ を満たす自然数 a が存在する。a の値を求めよ。

㋐ 0	㋕ 1	㋚ 2	㋟ 3	㋤ 4
㋩ 5	㋮ 6	㋳ 7	㋶ 8	㋻ 9

次の文章を読み，以下の問い(問題 21～25)に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

曲線 C : $y = x^2$ について考える。曲線 C 上の点 $P_1(p,\ p^2)$ ($p > 0$, p は実数)における接線と x 軸との交点を Q_1 とし，点 Q_1 を通って x 軸に垂直な直線と曲線 C との交点を P_2，点 P_2 における曲線 C の接線と x 軸との交点を Q_2 と定める。
その後も同じ操作を繰り返し，曲線 C 上に点 P_1, P_2, ……, P_n, ……, x 軸上に点 Q_1, Q_2, ……, Q_n, ……をつくることとする。

A 点 Q_1, Q_2, ……, Q_n, ……の x 座標をそれぞれ x_1, x_2, ……, x_n, ……と表記すると，数列 $\{x_n\}$ は初項 $\boxed{21}$，公比 $\boxed{22}$ の等比数列になる。

$\boxed{21}$

㋐ p　㋕ $\frac{p}{2}$　㋚ $\frac{p}{3}$　㋟ $\frac{p}{4}$　㋤ $\frac{p}{6}$

㋩ $\frac{p}{8}$　㋮ $\frac{p}{10}$　㋳ $\frac{p}{12}$　㋶ $\frac{p}{18}$　㋻ $\frac{p}{24}$

$\boxed{22}$

㋐ 1　㋕ $\frac{1}{2}$　㋚ $\frac{1}{3}$　㋟ $\frac{1}{4}$　㋤ $\frac{1}{6}$

㋩ $\frac{1}{8}$　㋮ $\frac{1}{10}$　㋳ $\frac{1}{12}$　㋶ $\frac{1}{16}$　㋻ $\frac{1}{24}$

B　図形$P_nQ_nP_{n+1}$の面積S_nとは，接線P_nQ_n，直線Q_nP_{n+1}，曲線Cの点P_nから点P_{n+1}までの曲線部分で囲まれた図形の面積を意味することとする。図形$P_1Q_1P_2$，$P_2Q_2P_3$，…，$P_nQ_nP_{n+1}$，…の面積をそれぞれS_1，S_2，…，S_n，…としたとき，数列$\{S_n\}$は初項$\boxed{23}$，公比$\boxed{24}$の等比数列になる。

$\boxed{23}$

㋐ p^3	㋕ $\frac{p^3}{2}$	㋚ $\frac{p^3}{4}$	㋟ $\frac{p^3}{8}$	㋤ $\frac{p^3}{12}$
㋩ $\frac{p^3}{16}$	㋮ $\frac{p^3}{20}$	㋳ $\frac{p^3}{24}$	㋶ $\frac{p^3}{28}$	㋻ $\frac{p^3}{32}$

$\boxed{24}$

㋐ 1	㋕ $\frac{1}{2}$	㋚ $\frac{1}{3}$	㋟ $\frac{1}{4}$	㋤ $\frac{1}{6}$
㋩ $\frac{1}{8}$	㋮ $\frac{1}{10}$	㋳ $\frac{1}{12}$	㋶ $\frac{1}{16}$	㋻ $\frac{1}{24}$

C　無限等比級数$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$は収束し，その値は，$\boxed{25}$となる。

$\boxed{25}$

㋐ p^3	㋕ $\frac{p^3}{3}$	㋚ $\frac{p^3}{6}$	㋟ $\frac{p^3}{9}$	㋤ $\frac{p^3}{12}$
㋩ $\frac{p^3}{15}$	㋮ $\frac{p^3}{18}$	㋳ $\frac{p^3}{21}$	㋶ $\frac{p^3}{24}$	㋻ $\frac{p^3}{27}$