医学部 ［一般・学士］（第１次試験） 数学

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間	80分

注意事項
1. 数学（一般）の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【2】，【3】は，解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の $\boxed{}$ にあてはまる答を求めよ。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+3x^2}\,dx$ の値は $\boxed{(ア)}$ である。また，定積分 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+3x^2}\,dx$ の値は $\boxed{(イ)}$ である。

(2) k を定数とし，$0 \leqq x \leqq \pi$ において，方程式 $16\sin^3 x - 24\sin^2 x + 9\sin x = k$ を考える。$0 < k < 1$ のとき，この方程式の異なる実数解の個数は $\boxed{(ウ)}$ 個である。また，$k = \boxed{(エ)}$ のとき，この方程式の異なる実数解の個数は３個であり，これらの解のうち最大のものを α とすると，$\cos\alpha$ の値は $\boxed{(オ)}$ である。

(3) 極座標が $(1, 0)$ である点を A，極座標が $\left(\sqrt{3},\ \dfrac{\pi}{2}\right)$ である点を B とする。このとき，極 O を通り，線分 AB に垂直な直線 l の極方程式は $\boxed{(カ)}$ である。また，a を正の定数とし，極方程式 $r = a\cos\theta$ で表される曲線が直線 AB と接するとき，a の値は $\boxed{(キ)}$ である。

(4) 複素数 z が $z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ を満たすとする。このとき，z^7 の値は $\boxed{(ク)}$ であり，
$(1+z)(2+2z^2)(3+3z^3)(4+4z^4)(5+5z^5)(6+6z^6)$ の値は $\boxed{(ケ)}$ である。さらに，$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \arg z \leqq \pi$ であるとき，$|2 - z + \bar{z}|$ を最大とする z の偏角 $\arg z$ は $\boxed{(コ)}$ である。

【2】 m は自然数とする。青球２個，赤球１個，黄球１個が入っている袋から，球を１個取り出し，色を調べてから袋に戻すことを m 回行う。このとき，青球がちょうど k 回取り出される確率を $p_m(k)$ とし，青球がちょうど k 回，赤球がちょうど l 回取り出される確率を $q_m(k, l)$ とおく。

(1) $p_4(0)$ および $q_4(1, 1)$ を求めよ。

(2) 正の定数 h に対して，数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \dfrac{n}{(1+h)^n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ を示せ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \displaystyle\sum_{j=0}^{n} \left\{ \frac{j}{n} p_n(j) + (n-j) q_n(0, j) \right\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。

【3】 O を原点とする座標平面上の点 A は x 軸上にあり，x 座標が０以上２以下の範囲を動く。また，点 B は AB = OB = 1 を満たしながら動く点で，その y 座標は０以上とする。さらに，x 軸の正の部分と線分 OB のなす角を θ とし，線分 AB 上にあり OA = 2BP を満たす点を P とする。ただし，点 A が原点 O と一致するとき，点 B，点 P の座標はともに $(0, 1)$ であるとする。

(1) 点 A および点 P の x 座標と y 座標を，それぞれ θ を用いて表せ。

(2) 点 P が描く曲線の長さを求めよ。

(3) 点 P が描く曲線，x 軸および y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。