

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間	80分
------	-----

- 注意事項
1. 数学(一般)の用紙は3枚である。3枚とも解答すること。
 2. 3枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
 3. 【2】、【3】は、解答の過程を必ず記すこと。

【1】 次の各文の にあてはまる答を求めよ。

- (1) 原点 O と点 $(1, e - 1)$ で曲線 $y = e^x - 1$ と交わる直線を l とする。このとき、曲線 $y = e^x - 1$ と直線 l で囲まれた部分の面積は (ア) である。また、曲線 $y = e^x - 1$ と直線 l で囲まれた部分を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積は (イ) である。
- (2) a, b を異なる実数とし、 i を虚数単位とする。4つの複素数 $3 + i, 2 + 3i, a + bi, b + ai$ の表す複素数平面上の4点をそれぞれ A, B, C, D とする。 $a = 5, b = 3$ であるとき、2つの線分 AC と AD のなす角 θ の値は (ウ) である。ただし、 $0 \leq \theta \leq \pi$ とする。また、3点 A, B, C が一直線上にあるとき、 b は a を用いて $b =$ (エ) と表せる。3点 A, B, C が一直線上にあり、2つの直線 AD と BD が垂直であるとき、 a の値は (オ) または (カ) である。ただし、 A, B, C, D は相異なる4点とする。
- (3) 関数 $f(x) = \frac{3 + 2 \sin 2x}{\sin x + \cos x}$ ($-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$) を考える。 $\sin x + \cos x = t$ とおくと、 $f(x)$ を t を用いて表すと、 $f(x) =$ (キ) となる。また、 $f(x)$ は $x =$ (ク) で最小値をとる。方程式 $f(x) = k$ の異なる実数解の個数が2個であるとき、定数 k のとり得る値の範囲は (ケ) である。
- (4) 自然数 n に対して、4個の数字3, 4, 5, 6を重複を許して使ってできる n 桁の整数のうち3の倍数であるものの個数を a_n とする。このとき、 a_1 の値は2, a_2 の値は6, a_3 の値は (コ) , a_4 の値は (カ) である。数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ (シ) である。

【2】 a, b を正の定数とし、楕円 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{2} = 1$ を C_1 、双曲線 $x^2 - \frac{y^2}{b} = 1$ を C_2 とする。 C_1 と C_2 は4つの共有点をもつとし、それらを頂点とする四角形の面積を S とする。また、点 P を第1象限にある C_1 と C_2 の共有点とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 点 P の座標を a, b を用いて表せ。また、 a のとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 点 P における C_1 と C_2 の接線は垂直に交わるとする。このとき、 b と S をそれぞれ a を用いて表せ。また、 a のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) 点 P における C_1 と C_2 の接線は垂直に交わるとする。 $S = k$ を満たす異なる a の値の個数が2個であるとき、定数 k のとり得る値の範囲を求めよ。

【3】 次の問に答えよ。必要であれば、自然対数の底 e は $2 < e < 3$ を満たすことを用いてよい。

- (1) $f(x) = \frac{1 - x \log x}{x}$ とおく。方程式 $f(x) = 0$ がただ1つの実数解をもつことを示せ。
- (2) (1)の方程式 $f(x) = 0$ のただ1つの実数解を α とおく。2つの曲線 $y = c \log x$ と $y = e^x$ が共通の接線をもつとき、正の定数 c のとり得る値の範囲を α を用いて表せ。