

数 学

(医 学 部)

— 2月2日 —

解答はすべて解答用紙に記入して提出しなさい。

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で、自然数の根号を含む場合には根号の中が最小の自然数となる形で書きなさい。

1 (1) $\frac{12}{\sqrt{13}+1}$ の小数部分を b とする。 $\frac{1}{b}$ の値を、分母を有理化して求めると $\frac{1}{b} = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) k を正の定数で、 $k \neq 1$ とする。関数 $f(x) = kx^2 - 2x - 3k^2 + 2k + 5$ の最小値が 3 であるとき、定数 k の値は $k = \boxed{\text{イ}}$ である。

(3) 1680 のすべての正の約数の和は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 次の定積分を求めると、 $\int_0^1 x^3(1-x^2)^8 dx = \frac{1}{\boxed{\text{エ}}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{エ}}$ は整数である。

(5) 3つの空間ベクトル \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} において、 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$, $|\vec{c}| = \sqrt{2}$ とする。
 \vec{a} と \vec{b} のなす角が 60° , \vec{a} と \vec{c} のなす角が 45° , \vec{b} と \vec{c} のなす角が 90° であるとき

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(6) 原点 O を中心とする半径 4 の円を C とする。円 C の外部の点 P を通る直線が円 C と異なる 2 点 A , B で交わり、 $PA = 8$, $AB = 6$ であるとき、 $OP = \boxed{\text{カ}}$ または $OP = \boxed{\text{キ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{カ}} < \boxed{\text{キ}}$ とする。

(7) n を自然数とする。次の和を求めると

$${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_n = \boxed{\text{ク}}$$

である。次の和を求めると

$$\frac{1}{1!(2n)!} + \frac{1}{2!(2n-1)!} + \frac{1}{3!(2n-2)!} + \cdots + \frac{1}{n!(n+1)!} = \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(8) 2次方程式 $3x^2 + 13x + 5 = 0$ の 2 つの解を α , β とする。 p を正の実数とする。放物線 $y = ax^2 + px + \beta$ の準線と放物線 $y = \beta x^2 + px + \alpha$ の準線が一致するとき、 $p = \boxed{\text{ク}}$ である。

2

(1) 2種類の種 A, B がある. 種 A の発芽率は 75%, 種 B の発芽率は 60% である.

(i) 種 A を 1 粒, 種 B を 2 粒花壇に植えたとき, 少なくとも 1 粒が発芽する確率は である.

(ii) 種 A と種 B を 1 粒ずつ花壇 X, 花壇 Y, 花壇 Z に植えたとき, すべての花壇で少なくとも 1 粒が発芽する確率は である.

(2) 2 個のさいころを同時に投げて, 出た目の和が n であるとき

$$a = \sin \frac{n\pi}{2}, \quad b = \sin \frac{n\pi}{3}, \quad c = \sin \frac{n\pi}{4}, \quad d = \sin \frac{n\pi}{6}$$

とする.

(i) $a = 1$ となる確率は であり, $b = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ となる確率は である.

また, $c = \frac{\sqrt{2}}{2}$ となる確率は であり, $d = \frac{1}{2}$ となる確率は である.

(ii) a, b, c, d のうち, 少なくとも 1 つが 0 である確率は である.

(iii) a, b, c, d のうち, 少なくとも 1 つが負である確率は である.

3

$\triangle OAB$ において $OA = 4, OB = 3, AB = 2$ とする. 点 A を通り, $\angle OBA$ の二等分線と平行な直線を ℓ とする. 直線 ℓ と直線 OB の交点を P とする.

(1) $\angle AOB = \theta$ とおくと, $\cos \theta =$ である.

(2) 線分 OP の長さは $OP =$ であり, 線分 AP の長さは $AP =$ である.

(3) $\angle OBA$ の二等分線と線分 OA の交点を A_1 とする. 線分 OA_1, A_1A の長さは $OA_1 =$, $A_1A =$ である.

(4) $\triangle ABA_1$ の面積は である.

(5) 線分 OA 上に点 $A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$ が限りなく並んでいて,
線分 OB 上に点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, \dots$ が限りなく並んでいて,

$$OA > OA_1 > OA_2 > OA_3 > \dots > OA_n > \dots$$

$$OB > OB_1 > OB_2 > OB_3 > \dots > OB_n > \dots$$

$$\angle ABA_1 = \angle BA_1B_1$$

$$\angle ABA_1 = \angle A_nB_nA_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$\angle ABA_1 = \angle B_nA_{n+1}B_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

であるとする.

(i) 線分 $A_1A_2, A_3A_4, A_5A_6, \dots, A_{2n+1}A_{2n+2}, \dots$ の長さの総和は である.

(ii) 線分 $AB, BA_1, A_1B_1, B_1A_2, A_2B_2, B_2A_3, A_3B_3, \dots, A_nB_n, B_nA_{n+1}, \dots$ の長さの総和は である.

(iii) $\triangle ABA_1, \triangle A_1B_1A_2, \triangle A_2B_2A_3, \triangle A_3B_3A_4, \dots, \triangle A_nB_nA_{n+1}, \dots$ の面積の総和は である.