

数 学

解答上の注意

1. 解答は、解答用紙の解答欄にマークしなさい。

例えば、 と表示のある問題に対して、計算等から得られた数値をマークする場合は例に従う。

例 38 と答えたいとき

解答番号	解 答 欄
6	<input type="radio"/> ① <input type="radio"/> ② <input checked="" type="radio"/> ③ <input type="radio"/> ④ <input type="radio"/> ⑤ <input type="radio"/> ⑥ <input type="radio"/> ⑦ <input type="radio"/> ⑧ <input type="radio"/> ⑨ <input type="radio"/> ⑩
7	<input type="radio"/> ① <input type="radio"/> ② <input type="radio"/> ③ <input type="radio"/> ④ <input type="radio"/> ⑤ <input type="radio"/> ⑥ <input type="radio"/> ⑦ <input checked="" type="radio"/> ⑧ <input type="radio"/> ⑨ <input type="radio"/> ⑩

2. $y = \text{}x + \text{}$ と表示のある問題に対して、 $y = x + 2$ と答えたいときには、 に1、 に2をマークすること。また、同じ問題に $y = 2$ と答えたいときには、 に0、 に2をマークすること。
3. 分数形で解答する場合は既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
4. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。
5. 答えの数値は枠に合わせて四捨五入すること。

1 次の問い(問1～4)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

問1 $x > 0, y > 0$ であるとき、 $\frac{2x^2 - 4xy + 7y^2}{2x^2 - 4xy + 5y^2}$ の最大値は、

1
2

である。

問2 n 角形の内角の値を小さい値から大きい値に順にならべたところ、最小の角が 100° 、最大の角が 170° の等差数列になった。このとき、 $n =$ であり、等差数列の公差は $^\circ$ である。

(問題 は次ページに続く)

問 3 a を実数とし、2つの放物線を C_1 , C_2 とする。

$$C_1: y = 2 - x^2$$

$$C_2: y = x^2 - 4x + a$$

C_1 , C_2 が $y > 0$ で交点を 2 つ持つための a の範囲は、

$$\boxed{6} \sqrt{\boxed{7}} - \boxed{8} < a < \boxed{9}$$

である。

問 4 $\triangle ABC$ において、 $\vec{CB} = \vec{a}$, $\vec{CA} = \vec{b}$, $\frac{AC}{BC} = 2$, $\angle ACB = 60^\circ$ とする。H を $\triangle ABC$ の内心(三角形に内接する円の中心)とし、CH を結ぶ直線と AB の交点を D とする。このとき、

$$\vec{CD} = \frac{\boxed{10}}{\boxed{11}} \vec{a} + \frac{\boxed{12}}{\boxed{13}} \vec{b}$$

であり、

$$\vec{CH} = \frac{3\vec{CD}}{\boxed{14} + \sqrt{\boxed{15}}}$$

である。

2 次の文章を読み、下の問い(問1, 2)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

a を定数とする x, y の3次式

$$f(x, y) = 2x^3 + (-4a + y - 6)x^2 + 2(y^2 - 3ay + a^2 + 6a)x + (y - 6)(y^2 - 2ay + a^2)$$

がある。

問1 方程式 $f(x, y) = 0$ の表す図形は、傾きが $-\frac{16}{21}$ 、 y 切片が $\frac{17}{25}$ の直線 L と、円 O の2つの図形に分けられる。 L と O が異なる2点 A, B で交わるか、または接するとき、 a の値の範囲は、

$$\frac{18}{21} - \frac{19}{21} \sqrt{\frac{20}{21}} \leq a \leq \frac{22}{25} + \frac{23}{25} \sqrt{\frac{24}{25}}$$

である。

問2 A, B 間の距離は $a = \frac{26}{27}$ のとき最大となり、最大値は $\frac{28}{27}$ である。

3 次の文章を読み、下の問い(問1, 2)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

関数 $f_0(x), f_1(x), f_2(x), \dots$ を次のように定める。

$$\begin{cases} f_0(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) - 1 \\ f_k(x) = |f_{k-1}(x) - 1| \end{cases}$$

ただし、 k は自然数である。

問1 n を自然数とする。 x についての方程式 $f_0(x) = n$ の正の解を a_n とすると、

$$a_{10} = \log\left(\boxed{29} \boxed{30} + \boxed{31} \sqrt{\boxed{32} \boxed{33}}\right)$$

である。また、

$$\frac{1}{2}(e^{a_{10}} - e^{-a_{10}}) = \boxed{34} \sqrt{\boxed{35} \boxed{36}}$$

である。

問2 x についての方程式 $f_n(x) = 0$ の解の中で最大のものを b_n とする。このとき、

$$b_1 = \log\left(\boxed{37} + \sqrt{\boxed{38}}\right), \quad b_2 = \log\left(\boxed{39} + \boxed{40} \sqrt{\boxed{41}}\right)$$

である。また、曲線 $y = f_6(x)$ の $0 \leq x \leq b_6$ の範囲の曲線の長さは、

$$\boxed{42} \sqrt{\boxed{43}}$$

である。

4 次の文章を読み、下の問い(問1, 2)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

袋Aには赤玉4個と白玉4個、袋Bには赤玉3個と白玉3個が入っている。袋Aから3個、袋Bから2個、同時に玉を取り出すものとする。

問1 赤玉が4個出る確率は、

$$\frac{\boxed{44}}{\boxed{45} \quad \boxed{46}}$$

である。

問2 袋Aと袋Bから取り出した赤玉または白玉のいずれかが、同じ個数(0個も含む)になる確率は、

$$\frac{\boxed{47}}{\boxed{48}}$$

である。

