

平成 28 年度 一般入学試験(前期)問題

数 学

試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

注 意 事 項

1. 試験時間は 60 分である。
2. 試験開始の合図があるまで、筆記用具を手に持つてはならない。
3. 試験開始後に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁等の不備、解答用紙の汚れ等を確認しなさい。これらがある場合には手を挙げて監督者に知らせること。
4. 解答番号は から までである。
5. 解答は指示された解答番号に従って解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 解答用紙に正しく記入・マークされていない場合は、採点できないことがある。
7. 指定された以外の個数をマークした場合には誤りとなる。
8. 下書きや計算は問題冊子の余白を利用すること。
9. 質問等がある場合には手を挙げて監督者に知らせること。
10. 試験終了の合図があったら直ちに筆記用具を机の上に置くこと。
11. 試験終了の合図の後に受験番号、氏名の記入漏れに気づいた場合には、手を挙げて許可を得てから記入すること。許可なく筆記用具を持つと不正行為とみなされる。
12. 試験終了後にすべての配布物は回収される。

解答用紙記入要領

例：受験番号が「0123」番の「日本花子」さんの場合

受 験 番 号				
MB	0	1	2	3
●	○	○	○	○
○	●	○	○	○
○	○	●	○	○
○	○	○	●	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

フリガナ	ニッポ	ン	ハナ	コ
氏名	日本花子			

注意事項

1. 必ず HB の鉛筆を使用すること。
2. マークは、はみ出さないように ○ の内側を ● のように丁寧に塗りつぶすこと。
3. 所定の記入欄以外には何も記入しないこと。

※ マークの塗り方が正しくない場合には、採点できないことがある。

●	●	●	●	●	●	○	○	○
良い例						悪い例		

1. 受験番号の空欄に受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークする。次に、氏名を書き、フリガナをカタカナで記入する。
2. 受験番号欄と解答欄では、○ の位置が異なる。
3. マークは HB の鉛筆を使い、はみ出さないように ○ の内側を ● のように丁寧に塗りつぶす。
4. マークを消す場合は、消しゴムで跡が残らないように完全に消す。
5. 解答用紙は折り曲げたり、汚したりしない。
6. 所定の欄以外には何も記入しない。

数 学

解答上の注意

1. 解答は、解答用紙の解答欄にマークしなさい。

例えば、 と表示のある問題に対して、計算等から得られた数値をマークする場合は例に従う。

例 38 と答えたいとき

解答番号	解 答 欄
6	<input type="radio"/> ① <input type="radio"/> ② <input checked="" type="radio"/> ③ <input type="radio"/> ④ <input type="radio"/> ⑤ <input type="radio"/> ⑥ <input type="radio"/> ⑦ <input type="radio"/> ⑧ <input type="radio"/> ⑨ <input type="radio"/> ⑩
7	<input type="radio"/> ① <input type="radio"/> ② <input type="radio"/> ③ <input type="radio"/> ④ <input type="radio"/> ⑤ <input type="radio"/> ⑥ <input type="radio"/> ⑦ <input checked="" type="radio"/> ⑧ <input type="radio"/> ⑨ <input type="radio"/> ⑩

2. $y = \text{}x + \text{}$ と表示のある問題に対して、 $y = x + 2$ と答えたいときには、 に1、 に2をマークすること。また、同じ問題に $y = 2$ と答えたいときには、 に0、 に2をマークすること。
3. 分数形で解答する場合は既約分数(それ以上約分できない分数)で答えること。
4. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えないこと。
5. 答えの数値は枠に合わせて四捨五入すること。

1 次の問い(問1～4)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

問1 整数 n を3乗した数に素数547を加えたところ、やはり整数を3乗した数になった。このとき、

$n = -$ または $n =$ である。

問2 関数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ に対して $y = f^{-1}(x)$ とする。ここで $f^{-1}(x)$ は $f(x)$ の逆関数である。このとき、

$1 + x^2 =$, $\frac{df(y)}{dx} =$ であり、 $y =$ である。

に入る式または数値として正しいものを、次の①～⑨のうちから1つ選べ。

- | | | |
|---|---------------------------------------|---|
| ① $\frac{e^y + e^{-y}}{2}$ | ② $\frac{e^y - e^{-y}}{2}$ | ③ $\left(\frac{e^y + e^{-y}}{2}\right)^2$ |
| ④ $\left(\frac{e^y - e^{-y}}{2}\right)^2$ | ⑤ $\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}$ | ⑥ $\frac{2}{e^y + e^{-y}}$ |
| ⑦ $\frac{2}{e^y - e^{-y}}$ | ⑧ y^2 | ⑨ 1 |

に入る式または数値として正しいものを、次の①～⑨のうちから1つ選べ。

- | | | |
|---|---------------------------------------|---|
| ① $\frac{e^y + e^{-y}}{2}$ | ② $\frac{e^y - e^{-y}}{2}$ | ③ $\left(\frac{e^y + e^{-y}}{2}\right)^2$ |
| ④ $\left(\frac{e^y - e^{-y}}{2}\right)^2$ | ⑤ $\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}$ | ⑥ $\frac{2}{e^y + e^{-y}}$ |
| ⑦ $\frac{2}{e^y - e^{-y}}$ | ⑧ y^2 | ⑨ 1 |

に入る式または数値として正しいものを、次の①～⑨のうちから1つ選べ。

- | | | |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| ① 1 | ② $\frac{x + x^{-1}}{2}$ | ③ $\frac{x - x^{-1}}{2}$ |
| ④ $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ | ⑤ $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ | ⑥ $x + \sqrt{x^2 + 1}$ |
| ⑦ $x - \sqrt{x^2 - 1}$ | ⑧ $\log(x + \sqrt{x^2 + 1})$ | ⑨ $\log(x - \sqrt{x^2 - 1})$ |

(問題 は次ページに続く)

問 3 $\angle A$ が鋭角である $\triangle ABC$ において、 $AB = 2$ 、 $AC = \sqrt{6}$ であり、その面積は $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ である。このとき、

$$BC = -\boxed{8} + \sqrt{\boxed{9}}$$

である。

問 4 正五角形 $ABCDE$ において $\vec{AB} = \vec{a}$ 、 $\vec{BC} = \vec{b}$ とする。 $\vec{AD} = k\vec{BC}$ と表すとき、

$$k = \frac{\boxed{10} + \sqrt{\boxed{11}}}{\boxed{12}}$$

であり、

$$\vec{CD} = -\vec{a} + \frac{-\boxed{13} + \sqrt{\boxed{14}}}{\boxed{15}}\vec{b}$$

である。

2 次の問い(問1, 2)に答えよ。

問1 $a < 0$ のとき, 次の無限級数の和はそれぞれ

$$\sum_{n=1}^{\infty} ne^{na} = \boxed{16}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{na} = \boxed{17}$$

となる。ただし, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 e^{na} = 0$ を用いてよい。

16 に入る式として正しいものを, 次の①~⑨のうちから1つ選べ。

① $\frac{1}{1+e^a}$

② $\frac{1}{1+e^{-a}}$

③ $\frac{1}{1-e^a}$

④ $\frac{1}{(1+e^a)^2}$

⑤ $\frac{e^{-a}}{(1+e^{-a})^2}$

⑥ $\frac{e^a}{(1-e^a)^2}$

⑦ $\frac{e^a}{(1+e^a)^3}$

⑧ $\frac{e^{-a}(1+e^{-a})}{(1-e^{-a})^3}$

⑨ $\frac{e^a(1+e^a)}{(1-e^a)^3}$

17 に入る式として正しいものを, 次の①~⑨のうちから1つ選べ。

① $\frac{1}{1+e^a}$

② $\frac{1}{1+e^{-a}}$

③ $\frac{1}{1-e^a}$

④ $\frac{1}{(1+e^a)^2}$

⑤ $\frac{e^{-a}}{(1+e^{-a})^2}$

⑥ $\frac{e^a}{(1-e^a)^2}$

⑦ $\frac{e^a}{(1+e^a)^3}$

⑧ $\frac{e^{-a}(1+e^{-a})}{(1-e^{-a})^3}$

⑨ $\frac{e^a(1+e^a)}{(1-e^a)^3}$

問2 次の無限級数の和について各枠に当てはまる数字をマークせよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n(n+3)(n+6)} = \frac{\boxed{18} \quad \boxed{19}}{\boxed{20} \quad \boxed{21} \quad \boxed{22}}$$

3 次の文章を読み、下の問い(問1～3)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

a を正の定数とし、次の2つの曲線を C_1 , C_2 とする。

$$C_1: y = x \log x \quad (x > 0)$$

$$C_2: y = ax^2 \quad (x > 0)$$

問1 C_1 , C_2 が異なる2点を共有するような定数 a の範囲は、

$$\boxed{23} < a < \frac{\boxed{24}}{e}$$

である。

問2 C_1 , C_2 の共有点の x 座標を p , q ($p \neq q$) とする。 $q = p^2$ を満たすとき、

$$p = \boxed{25}, \quad q = \boxed{26}, \quad a = \frac{\log \boxed{27}}{\boxed{28}}$$

である。

問3 問2で求めた定数 a に対して、 $p \leq x \leq q$ のとき、 C_1 , C_2 で囲まれた部分の面積 S は、

$$\angle S = \frac{\boxed{29} \quad \boxed{30}}{\boxed{31}} \log \boxed{32} - \boxed{33}$$

である。

4 次の文章を読み、下の問い(問1, 2)の各枠に当てはまる数字をマークせよ。

9枚のカードの表面にAからIまで文字を書き入れ、図1のように並べておく。それぞれのカードの裏面は確率 $\frac{2}{3}$ で白色(白色のカードという)、確率 $\frac{1}{3}$ で赤色(赤色のカードという)とする。また、各カードの色の出方は他のカードの色の出方に影響されないものとする。以下では、カードの縦の並びを列、横の並びを行と呼ぶ。例えば第1行とはABCの並びのことであり、第2列とはBEHの並びのことである。

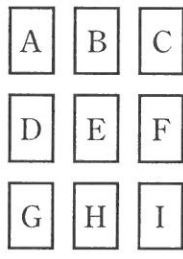


図1

問1 第1列と第1行のどちらにも白色のカードが1枚、赤色のカードが2枚ある確率は、

34		
<table border="1" style="border-collapse: collapse; display: inline-table;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">35</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">36</td> </tr> </table>	35	36
35	36	

である。

問2 第1列と第1行のどちらにも白色のカードが1枚、赤色のカードが2枚あることが確かめられたとき、第2列に赤色のカードが少なくとも1枚ある確率は、

37	38	
<table border="1" style="border-collapse: collapse; display: inline-table;"> <tr> <td style="padding: 5px; text-align: center;">39</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">40</td> </tr> </table>	39	40
39	40	

である。

