医学部 [一般・学士] ～第１次試験～ 数学

※学士は設問【1】は必須、
【2】又は【3】はどちらか
選択

試験時間	80分

注意事項　1. 数学(一般)の用紙は３枚である。３枚とも解答すること。
2. ３枚とも受験番号と氏名の記入を忘れないこと。
3. 【２】,【３】は，解答の過程を必ず記すこと。

【１】 次の $\boxed{}$ にあてはまる答えを下の解答欄に記せ。

⑴ a と θ を実数とし，２次方程式 $x^2 - \sqrt{7}\,ax + 3a^3 = 0$ の２つの解を $\sin\theta$，$\cos\theta$ とする。このとき，a の値は $\boxed{(ア)}$ または $\boxed{(イ)}$ である。ただし，$\boxed{(ア)} < \boxed{(イ)}$ とする。さらに，$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4}$ であれば，$\sin\theta = \boxed{(ウ)}$ である。

⑵ x，y，z を０以上の整数とする。このとき

(i) $x + y + z = 9$ を満たす x，y，z の組の総数は $\boxed{(エ)}$ である。

(ii) $x + y + z \leqq 9$ を満たす x，y，z の組の総数は $\boxed{(オ)}$ である。

(iii) $x + y + z \leqq 9$ を満たす x，y，z の組のうち，x，y，z がすべて相異なるものの総数は $\boxed{(カ)}$ である。

⑶ a を $0 \leqq a \leqq 1$ を満たす定数とする。直線 $y = 1 - x$ と x 軸，y 軸で囲まれた図形を直線 $y = a$ の周りに１回転してできる回転体の体積を $V(a)$ とする。このとき $V(a)$ は，$0 \leqq a < \frac{1}{2}$ ならば $\boxed{(キ)}$，$\frac{1}{2} \leqq a \leqq 1$ ならば $\boxed{(ク)}$ と a を用いて表される。また，$V(a)$ のとり得る値の範囲は $\boxed{(ケ)}$ である。

⑷ １辺の長さが２の正四面体 OABC がある。辺 OA の中点を M，辺 OB の中点を N とする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$，$\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。
このとき，$\cos\angle MCN$ の値は $\boxed{(コ)}$ である。また，頂点 O から平面 MNC に下ろした垂線と平面 MNC の交点を H とするとき，$\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと，$\overrightarrow{OH} = \boxed{(サ)}\,\vec{a} + \boxed{(シ)}\,\vec{b} - \boxed{(ス)}\,\vec{c}$ である。さらに，直線 OH と平面 ABC の交点を F とするとき，$\frac{OH}{HF}$ の値は $\boxed{(セ)}$ である。

【２】 AB = 3，BC = 5，CD + DA = 12 である四角形 ABCD が円に内接している。CD = x とおく。次の問いに答えよ。

⑴ $AC = 3\sqrt{6}$ のとき，x の値を求めよ。

⑵ x のとり得る値の範囲を求めよ。

⑶ 四角形 ABCD の面積の最大値を求めよ。

⑷ 四角形 ABCD の４辺すべてが接する円が存在するとき，x の値を求めよ。

【３】 双曲線 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ に対し，双曲線上の点 P(a，b) における接線を l とする。ただし，$a > 0$ とする。

⑴ l の方程式が $\frac{ax}{2} - by = 1$ で与えられることを示せ。

⑵ l に垂直な双曲線の接線 m が引けるための a の条件を求めよ。

⑶ a が⑵の条件を満たすとする。双曲線上の点 Q(c，d) における接線が l に垂直に交わるように点 Q を定める。ただし，$d > 0$ とする。O を原点とするとき，△OPQ の面積を最小にする a の値を求めよ。